

MOD009 - cvičení 5

Z minulých cvičení: dořešit příklady 4–6

A navíc: V příkladech 3–6 z minula určit impulsní charakteristiku soustavy, přechodovou charakteristiku soustavy a jestli je daná soustava stabilní.

Domácí úloha:

Zjednodušený model nabídky a poptávky

Předpokládejme, že cena zboží je v čase t rovna velikost poptávky v čase t
velikost nabídky v čase t
kde b, c, d jsou kladné konstanty.

$$\begin{aligned} D_t &= \mu + y_t, \\ D_t &= \mu - by_t + \epsilon_t, \\ S_t &= \mu + cy_{t-1} + \varepsilon_t, \end{aligned}$$

Dále předpokládáme, že cena se v čase mění na základě následujícího modelu

$$y_t = y_{t-1} + d(D_{t-1} - S_{t-1}) + \vartheta_t. \quad (1)$$

Pak

$$\begin{aligned} y_t &= y_{t-1} + d(\mu - by_{t-1} + \epsilon_{t-1} - \mu - cy_{t-2} - \varepsilon_{t-1}) + \vartheta_t \\ &= y_{t-1}(1 - bd) - cdy_{t-2} + u_t, \end{aligned} \quad (2)$$

kde $u_t = d(\epsilon_{t-1} - \varepsilon_{t-1}) + \vartheta_t$ je nově zadefinovaná posloupnost náhodných fluktuací. Pro tuto vstupní posloupnost platí

$$H(z) = \frac{1}{1 + (bd - 1)z^{-1} + cdz^{-2}} = \frac{z^2}{z^2 + (bd - 1)z + cd}. \quad (3)$$

Kořeny polynomu ve jmenovateli jsou

$$z_{1,2} = \frac{1 - bd \pm \sqrt{(bd - 1)^2 - 4cd}}{2},$$

tedy stabilita soustavy závisí na volbě konstant b, c, d .

Zadání: Implementujte výše popsany model. Prozkoumejte, co dělá soustava pro volbu parametrů $b = c = d = 1$, pro $b = d = 1, c = \frac{1}{4}$ a co pro $b = d = 1, c \uparrow 1$,

a) teoreticky – tj. určete je-li soustava pro tuto volbu parametrů stabilní, určete teoretické hodnoty $\lim_{t \rightarrow \infty} g_t$.

b) simulačně: vygenerujte například posloupnost délky 100 odpovědi na:

- jednotkový impuls
- jednotkový skok
- jednotkový skok přenásobený skalárem
- posloupnost náhodných fluktuací délky např. 50 následovanou posloupností nul
- násobek předchozí posloupnosti
- posloupnost 50ti nul následovaných posloupností náhodných fluktuací

...

(pozn. – uvědomte si, že můžete rovnou generovat vstup $\{u_t\}$, nemusíte generovat všechny tři vstupní posloupnosti $\{\epsilon_t\}, \{\varepsilon_t\}, \{\vartheta_t\}$.)

Odpovídají si teoretické hodnoty a chování simulací?

Vaše zjištění komentujte a ilustруйте na vybraných průbězích $\{u_t\}$ a $\{y_t\}$.