

Základní distribuce

I.

Příklady s hvězdičkou jsou obtížnější nebo trikové.

1 Spočítejte střední hodnotu, rozptyl a medián veličiny s hustotou $f(x) = \cos x$ pro $x \in \langle 0, \pi/2 \rangle$, $f(x) = 0$ jinak.

2 Nechť náhodná veličina X má hustotu $f(x) = c_k/|x|$ pro $|x| \in (k, k+1)$, $f(x) = 0$ jinak, pro nějaké $k \in \mathbb{N}$. Určete konstantu c_k , distribuční funkci, střední hodnotu, rozptyl a medián veličiny s hustotou .

3 Určete střední hodnotu veličiny X s diskrétním rozdělením daným

$$P[X = k] = \frac{6}{\pi^2 k^2}, \quad k = 1, 2, \dots$$

4 Nechť diskrétní náhodná veličina X nabývá pouze hodnot $1, 2, \dots, 10$ s pravděpodobnostmi $P[X = k] = c \cdot k$ pro $k = 1, \dots, 10$. Určete konstantu $c > 0$ a střední hodnotu EX .

5 Nechť náhodná veličina X má Paretovo rozdělení, tj. má hustotu

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k-1}{x^k}, & x \geq 1, \\ 0, & \text{jinak,} \end{cases}$$

kde $k > 1$ je parametr. Určete její distribuční funkci, střední hodnotu, rozptyl a medián.

6 Nechť náhodná veličina X má Weibullovo rozdělení $\text{Weib}(c, p)$ s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} p c x^{p-1} \exp(-c x^p), & x > 0, \\ 0, & \text{jinak,} \end{cases}$$

kde $c > 0$, $p > 0$ jsou parametry.

- (i) Určete distribuční funkci.
- (ii) Určete kvantilovou funkci.
- (iii) Určete medián.
- (iv) Určete střední hodnotu.
- (v) Určete rozptyl.

7 Necht' náhodná veličina X má Maxwellovo rozdělení $\text{Maxw}(a)$ s hustotou

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{a^3\sqrt{2\pi}} x^2 \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2}\right), & x > 0, \\ 0, & \text{jinak,} \end{cases}$$

kde $a > 0$ je parametr.

- (i) Určete střední hodnotu.
- (ii) Určete rozptyl.

Pozn.: Maxwellovým rozdělením se řídí rychlost částic ideálního plynu ve vakuu.