

Náhodné veličiny a vektory

III.

- 1 Necht' X_1, \dots, X_n jsou nezávislé náhodné veličiny s distribuční funkcí $F(x)$. Najděte distribuční funkci veličin
- (i) $X_* = \min_{i=1, \dots, n} X_i$
 - (ii) $X^* = \max_{i=1, \dots, n} X_i$
 - (iii) Necht' jsou navíc X_1, \dots, X_n spojité s hustotou $f(x)$. Najděte hustotu X_* a X^* .
 - (iv) Necht' hustota X_i je $f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \mathbb{I}_{(0, \infty)}(x)$ (exponenciální). Určete střední hodnotu X_* .
- 2 Náhodný vektor $\mathbf{X} = (X_1, X_2)^\top$ má sdružené rozdělení dané tabulkou pravděpodobností

	$X_2 = 0$	$X_2 = 1$	$X_2 = 2$
$X_1 = 0$	0.1	0.1	0.2
$X_1 = 1$	0.4	0.1	0.1

Spočítejte marginální rozdělení X_1 a X_2 . Najděte $\mathbf{E} \mathbf{X}$ a $\text{var} \mathbf{X}$.

- 3 X a Y mají sdruženou hustotu $f(x, y) = c_\alpha \mathbb{I}_{S_\alpha}(x, y)$, kde

$$S_\alpha = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x + \frac{y}{\alpha} \leq 1\}$$

pro nějaké $\alpha > 0$. Spočítejte

- konstantu c_α
- marginální hustotu X a Y
- $\text{cov}(X, Y)$
- Určete podmíněné rozdělení Y , je-li dáno $X = x$
- Určete $\mathbf{E}(Y | X)$ a ověřte, že $\mathbf{E} \mathbf{E}(Y | X) = \mathbf{E} Y$