

## Náhodné veličiny a vektory II

### IV.

---

- 1 Náhodný vektor  $(X, Y)^T$  nechť má rozdělení s hustotou

$$f(x, y) = \begin{cases} cx(6 - xy) & \text{pro } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, \\ 0 & \text{jinde.} \end{cases}$$

Najděte konstantu  $c$ , marginální hustoty, distribuční funkci.

- 2  $X$  a  $Y$  mají sdruženou distribuční funkci

$$F(x, y) = xy[1 + \theta(1 - x^2)(1 - y)] \quad \text{pro } x, y \in \langle 0, 1 \rangle \text{ a } |\theta| \leq \frac{1}{2}.$$

- (i) Dodefinujte  $F(x, y)$  na celém  $\mathbb{R}^2$
- (ii) Spočítejte sdruženou hustotu  $X$  a  $Y$
- (iii) Určete marginální rozdělení  $X$  a  $Y$ , spočítejte  $E X$ ,  $E Y$ ,  $\text{var } X$ ,  $\text{var } Y$
- (iv) Spočítejte  $\text{cov}(X, Y)$  a  $\text{cor}(X, Y)$
- (v) Spočítejte  $E(Y | X = x)$  a zakreslete do grafu jako funkci  $x$  (stačí náčrt)

3

- (i) Nechť  $X$  je náhodná veličina se spojitou rostoucí distribuční funkcí  $F_X$ . Spočítejte distribuční funkci náhodné veličiny  $Y = F_X(X)$ . Pojmenujte rozdělení  $Y$ .
- (ii) Nechť  $X$  je spojitá náhodná veličina s hustotou  $f_X$ . Vyjádřete hustotu náhodné veličiny  $Y = a + bX$ ,  $b \neq 0$ , pomocí hustoty  $f_X$ .

*Pozn: Toto bylo spočítáno na přednášce.*