Sada příkladů 2/11

Funkce více proměnných

Totální diferenciál

V následujících příkladech zjistěte, kde má funkce totální diferenciál. Určete ho

1. $f(x,y) = \ln(x+y)$
2. $f(x,y,z) = \cos x \cosh y$
3. $f(x,y) = |x||y|$
4. $f(x,y) = \sqrt[3]{xy}$
5. $f(x,y) = \sqrt[5]{x^5 + y^5}$
6. $f(x,y,x) = x^{\frac{y}{z}}$.
7. Nechť $\alpha \in \mathbb{R}$. Pro jaké hodnoty α bude mít funkce
$$f(x,y) = (x^2+y^2)^\alpha \sin \frac{1}{x^2+y^2}$$
totální diferenciál 1. řádu v bodě $(0,0)$?
8. Napište diferenciál funkce $f(x,y,z)$, kde $x = u^2 + v^2$, $y = u^2 - v^2$, $z = 2uv$.
9. Nechť f má totální diferenciál v bodě (1,1) a $g(t,u) = f(f(u,t), f(t,u))$. Vypočtěte $\frac{\partial g}{\partial x_1}(1,1)$, je-li $f(1,1) = \frac{\partial f}{\partial x_1}(1,1) = 1$, $\frac{\partial f}{\partial x_2}(1,1) = 2$.
10. Spočtěte $\mathrm{d}^3 f$, je-li $f(x,y,z) = xyz$.
11. Pomocí diferenciálu spočtěte přibližně
(a) $1,02^2.2,003^3.3,004^3$ (b) $\sin 29^\mathrm{o} \cdot \mathrm{tg}\, 46^\mathrm{o}$

Obyčejné diferenciální rovnice

Rovnice ve tvaru totálního diferenciálu

Nalezněte obecná řešení rovnic. Pokud nejsou ve tvaru totálního diferenciálu, hledejte vhodný integrační faktor

12.
$$2xy\,\mathrm{d}x + (x^2 - y^2)\,\mathrm{d}y = 0$$

13.
$$\mathrm{e}^{-y}\,\mathrm{d}x - (2y + x\mathrm{e}^{-y})\,\mathrm{d}y = 0$$

14.
$$\frac{3x^2 + y^2}{y^2}\,\mathrm{d}x - \frac{2x^3 + 5y}{y^3}\,\mathrm{d}y = 0$$

15.
$$(x^2 + y)\,\mathrm{d}x - x\,\mathrm{d}y = 0, \quad \mu = \mu(x)$$

16.
$$(xy^2 + y)\,\mathrm{d}x - x\,\mathrm{d}y = 0, \quad \mu = \mu(y)$$

17.
$$(x^2 + x^2y + 2xy - y^2 - y^3)\,\mathrm{d}x + (y^2 + xy^2 + 2xy - x^2 - x^3)\,\mathrm{d}y = 0, \quad \mu = \mu(x+y)$$

18.
$$x^2y^3 + y + (x^3y^2 - x)y' = 0, \quad \mu = \mu(xy).$$