

Ústní otázky ke zkoušce z PDR I

Kapitoly Sobolevovy prostory a Bochnerovy prostory nebudu zkoušet zvlášť. Nicméně, v rámci zkoušení dané látky se mohou ptát na to, co jsme probírali na přednášce (základní definice, vztahy mezi definicemi, základní vlastnosti prostorů), zejména pokud uvidím, že použití těchto prostorů není přesné, či úplně špatné.

1. Rieszova věta o reprezentaci spojitého lineárního funkcionálu nad Hilbertovými prostory, aplikace na řešení jednoduchých eliptických úloh, včetně vztahu slabého a klasického řešení.
2. Lax–Milgramovo lemma (formulace, důkaz). Vysvětlit rozdíl, kdy je nutné ho použít místo Rieszovy věty.
3. Formulace obecné eliptické úlohy (klasická, slabá). Řešitelnost pomocí Lax–Milgramova lemmatu.
4. Fredholmova alternativa a její aplikace na řešitelnost obecné eliptické úlohy.
5. Reálné spektrum eliptického operátoru. Princip maxima pro slabé řešení eliptických úloh.
6. Regularita slabého řešení eliptické úlohy: vysvětlit techniku diferencí a dokázat vnitřní regularitu.
7. Regularita slabého řešení eliptické úlohy pro Dirichletovu okrajovou podmínku: důkaz regularity u hranice.
8. Rieszova věta o reprezentaci spojitého lineárního funkcionálu nad Hilbertovými prostory, aplikace na řešení jednoduchých eliptických úloh. Vztah mezi minimalizací kvadratického funkcionálu a řešitelností jisté třídy eliptických úloh.
9. Slabá formulace parabolické úlohy (vysvětlit slabou formulaci, Galerkinova aproximace, dokázat apriorní odhady a jednoznačnost řešení).
10. Slabá formulace parabolické úlohy (vysvětlit slabou formulaci, použitím apriorních odhadů, které není nutné dokazovat, dokázat existenci a jednoznačnost slabého řešení).

11. Regularita slabého řešení parabolické úlohy.
12. Slabá formulace parabolické úlohy (vysvětlit slabou formulaci), princip maxima pro slabé řešení parabolické úlohy, včetně pomocných tvrzení.
13. Slabá formulace hyperbolické úlohy (vysvětlit slabou formulaci, Galerkinova aproximace, důkaz lemmatu o projekci pro nulté a první derivace, dokázat apriorní odhady).
14. Slabá formulace hyperbolické úlohy (vysvětlit slabou formulaci, použitím apriorních odhadů, které není nutné dokazovat, dokázat existenci a jednoznačnost slabého řešení).