Tabulková metoda pro určování intervalů monotónnosti - verze pro tisk

- Nejprve stanovíme intervaly spojitosti dané funkce. Tyto intervaly jsou vysvětleny v podkapitole *Předpoklady*. Mohou být otevřené, polouzavřené i uzavřené. U funkcí, které budeme zkoumat, platí, že sjednocením těchto intervalů dostaneme jejich definiční obor.
- Vypočítáme derivaci funkce.
- Stanovíme body z intervalů spojitosti, ve kterých není derivace definována, a stacionární body.
- Pro každý interval spojitosti sestavíme samostatnou tabulku podle následujících dvou bodů.
- Každý interval spojitosti dále rozdělíme pomocí krajních bodů, pokud je obsahuje, stacionárních bodů a bodů, v nichž není derivace definována, na otevřené intervaly, a tyto body a intervaly uvedeme do záhlaví příslušné tabulky.
- Pro každý interval v záhlaví tabulky otestujeme v jednom libovolném bodě tohoto intervalu znaménko derivace, a podle přechozích vět stanovíme, zda je tam funkce rostoucí nebo klesající. To uvedeme v tabulce.
- V závislosti na situaci případně využijeme následující větu:

Věta

Nechť je funkce spojitá na otevřeném intervalu (a, b) a nechť $c \in (a, b)$ Pokud je funkce rostoucí na intervalech (a, c) a (c, b), pak je rostoucí i na intervalu (a, b). Pokud je funkce klesající na intervalech (a, c) a (c, b), pak je klesající i na intervalu (a, b).

Je-li funkce monotónní na otevřeném intervalu (a, b) a spojitá na intervalu $\langle a, b)$, pak je monotónní na intervalu $\langle a, b)$. Obdobně pro interval $(a, b\rangle$.

Je-li funkce monotónní na otevřeném intervalu (a, b) a spojitá na intervalu $\langle a, b\rangle$, pak je monotónní na intervalu $\langle a, b\rangle$.

Předpoklad 1

Budeme-li mluvit o monotónních funkcích, budeme mít vždy na mysli pouze rostoucí nebo klesající funkce.

Předpoklad 2

Z hlediska monotónnosti a extrémů budeme vyšetřovat pouze takové funkce, jejichž předpis je tvořen elementárními funkcemi uvedenými v kapitole *Pravidla derivování*, podkapitole *Úvod*, nebo i absolutní hodnotou, jejich složením, a operacemi plus, mínus, krát a děleno.

Interval spojitosti funkce f je libovolný interval $I \subset \mathrm{R}$, který patří do definičního oboru funkce f, na němž je funkce f spojitá. **Pozor:** Nevyplývá-li ze zadání příkladu či úlohy něco jiného, bereme za intervaly spojitosti maximální takové intervaly, to jest takové intervaly, které kdyby se více zvětšily, tak by přestaly mít požadované vlastnosti.

Jak zjišťujeme intervaly spojitosti:

- Nejprve je třeba stanovit definiční obor zadané funkce. Pak z definičního oboru této funkce vyčteme, jaké intervaly tento obor obsahuje. Tyto intervaly jsou intervaly spojitosti zadané funkce.
- Metoda uvedená v předchozím bodě platí, jedná-li se o typ funkce uvedený v Předpokladu 2.

Předpoklad 3

Z hlediska monotónnosti a extrémů budeme vyšetřovat pouze takové funkce, na jejichž intervalech spojitosti, resp. intervalu spojitosti, je nulový nebo malý konečný počet bodů, v nichž je derivace nulová (tzv. stacionární body), a bodů, v nichž není derivace definovaná.

Předpoklad 4

Funkce budeme vyšetřovat z hlediska monotónnosti a extrémů pouze na jejich intervalech spojitosti. Mimo tyto intervaly je budeme považovat pro tento účel za nedefinované.