D.Ú.2 — k 20.3.2017

2.1. Dokažte Tvrzení 2': funkce $f : I \to \mathbb{R}$ je stejnoměrně spojitá, právě když pro každá $x, y \in {}^*I$, $x \approx y$ platí $f(x) \approx f(y)$.

2.2. Ukažte, že interval $[0, L] \subset {}^*\mathbb{R}$, kde $L \in {}^*\mathbb{R}$ je nekonečně velké, není standardní.

2.3.* Ukažte, že Tvrzení 1 implikuje úplnost $\mathbb{R}$.

2.4.* [Volně podle A. Connese.] Ukažte, že existence nestandardního čísla implikuje existenci ,,spravedlivé množiny" (o níž víme, že je nutně Lebesgueovsky neměřitelná).
Množina $E \subset \mathbb{R}$ je spravedlivá, pokud $\lambda^*(E \cap J) = \lambda^*(J \setminus E) = |J|/2$ pro každý kompaktní interval $J \subset \mathbb{R}$. [1]

[1] λ^* značí obyčejnou vnější Lebesgueovu míru, tj. nemá zde nic společného s NSA.