Uvažujeme Gauseho model dravec-kořist se skrýší (pro jednoduchost BÚNO klademe $r = e = m = 1$ a omezíme se na první kvadrant):

Bod 1.

$$x' = x - y\varphi(x) \tag{1}$$
$$y' = \big(\varphi(x) - h\big)y \tag{2}$$

kde funkce $\varphi(x)$ vyjadřující míru požírání kořisti je

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0 & x < x_s \\ \frac{x}{a+x} & x > x_s \end{cases} \tag{3}$$

Najděte řešení ve Filippovově smyslu a proveďte kvalitativní analýzu (v 1. kvadrantu). Podrobněji:

Bod 1. Systém zapište jako $X' = F(X)$ pro $X \notin \Gamma$, kde $X = (x, y)$ a $\Gamma = \{(x_s, y);\ y \geq 0\}$. Na Γ určete $F_-(X)$ a F_+X, kde

$$F_\pm(x, y) = \lim_{x \to x_s \pm} F(x, y)$$

Bod 2. Pro $x = x_s$ a $y \geq a + x_s$ směřují $F_\pm$ do Γ. Najděte $\alpha \in [0, 1]$ takové, že $\tilde{F}(X) = \alpha F_-(X) + (1 - \alpha)F_+(X)$ má tečný směr ke Γ.

Bod 3. Vyšetřete chování $X' = \tilde{F}(X)$ na Γ a s využitím poznatků z přednášky načrtněte, jak vypadá celkové chování řešení v 1. kvadrantu.

Bod 4. Ukažte, že řešení ve Filippovově smyslu je speciálním případem řešení ve smyslu diferenciální inkluze (a tedy je určeno jednoznačně díky Větě 3.1).

Kontrola:

2. $\alpha = 1 - \frac{a+x_s}{y}$

3. $y' = y(x_s/y - h)$*; závisí na velikosti konstant: pokud* $x_s/h > a + x_s$*, máme globálně asymptotické ekvilibrium* $(x_s, x_s/h)$*, v opačném případě existuje netriviální periodické řešení (k němuž se všechna řešení připojí v konečném čase)*