

OPTIMÁLNÍ REGULACE

1. Pohyb lokomotivy je dán rovnicí

$$\ddot{x} = \alpha .$$

Najděte $\alpha : [0, \infty) \rightarrow [-1, 1]$ takové, že $x = \dot{x} = 0$ nastane v nejkratším čase.

2. Závaží na pružině se řídí rovnicí

$$\ddot{x} + x = \alpha .$$

Najděte $\alpha : [0, \infty) \rightarrow [-1, 1]$ takové, že $x = \dot{x} = 0$ nastane v nejkratším čase.

3. Národní hospodářství se řídí rovnicí

$$\dot{x} = k\alpha x ,$$

kde $k > 0$ je dáno a $\alpha(t) : [0, T] \rightarrow [0, 1]$ je procento reinvestic. Určete α tak, že celková spotřeba, tj.

$$\int_0^T x(t)(1 - \alpha(t)) dt ,$$

je maximální. Čas $T > 0$ je pevně daný.

4. Včely se řídí soustavou rovnic

$$\dot{w} = -\mu w + b\alpha w ,$$

$$\dot{q} = -\nu q + c(1 - \alpha)w ,$$

kde $w(t)$, $q(t)$ je počet dělnic resp. královen a $\alpha(t) : [0, T] \rightarrow [0, 1]$ určuje, který typ potomstva je preferován. Kladné konstanty μ , ν , b , c jsou dány. Najděte α tak, že $q(T)$ je maximální. Čas $T > 0$ je dán pevně.

5. (Kvadratický regulátor.) Určete $\alpha(t) : [0, T] \rightarrow R$ tak, že

$$\int_0^T x^2(t) + \alpha^2(t) dt$$

je minimální, přičemž

$$\dot{x} = x + \alpha .$$

Čas $T > 0$ je dán pevně.