

Уравнение Эйлера  $a_0x^2y'' + a_1xy' + a_2y = f(x)$ ,  $x > 0$ , заменой  $x = e^t$  сводится к линейному уравнению с постоянными коэффициентами.

ПРИМЕР 5. Решить при  $x > 0$  уравнение Эйлера

$$x^2y'' - xy' - 3y = 4x^3.$$

△ Если положить  $x = e^t$ , то  $y' = e^{-t}y'_t$ ,  $y'' = e^{-2t}(y''_{tt} - y'_t)$ . Подставляя выражения для  $x$ ,  $y'$ ,  $y''$  в заданное уравнение, получаем

$$y'' - 2y' - 3y = 4e^{3t}.$$

Характеристическое уравнение  $\lambda^2 - 2\lambda - 3 = 0$  имеет корни  $\lambda_1 = -1$ ,  $\lambda_2 = 3$ . Следовательно, общее решение полученного уравнения с постоянными коэффициентами имеет вид

$$y(t) = C_1e^{-t} + C_2e^{3t} + ate^{3t},$$

где  $C_1$  и  $C_2$  — произвольные постоянные, а коэффициент  $a$  находится подстановкой функции  $ate^{3t}$  в уравнение. Подстановка в уравнение дает  $a = 1$ . Сделав обратную замену  $t = \ln x$ , получаем общее решение заданного уравнения Эйлера

$$y(x) = \frac{C_1}{x} + C_2x^3 + x^3 \ln x. \quad \blacktriangle$$

Решить линейные однородные уравнения (1–38):

1.  $y'' - 4y' + 3y = 0$ .
2.  $y'' - 6y' + 8y = 0$ .
3.  $y'' + 3y' + 2y = 0$ .
4.  $y'' - y' - 2y = 0$ .
5.  $y'' + 5y' + 6y = 0$ .
6.  $y'' - 4y' + 8y = 0$ .
7.  $y'' - 6y' + 18y = 0$ .
8.  $y'' - 2y' + 10y = 0$ .
9.  $y'' + 2y' + 5y = 0$ .
10.  $y'' + 2y' + 2y = 0$ .
11.  $y'' - 4y' + 4y = 0$ .
12.  $y'' - 6y' + 9y = 0$ .
13.  $y'' - 8y' + 16y = 0$ .
14.  $y''' + 4y'' - y' - 4y = 0$ .
15.  $y''' + 3y'' - y' - 3y = 0$ .
16.  $y''' - 7y'' + 14y' - 8y = 0$ .

17.  $y''' + 4y'' + 5y' + 2y = 0$ .
18.  $y''' + 3y'' - 4y = 0$ .
19.  $y''' - 3y'' + 7y' - 5y = 0$ .
20.  $y''' + y'' + 4y' + 4y = 0$ .
21.  $y''' + 3y'' + 4y' + 2y = 0$ .
22.  $y''' - y'' + y' - y = 0$ .
23.  $y^{IV} - y''' + 2y' = 0$ .
24.  $y^{IV} - 7y''' + 14y'' - 8y' = 0$ .
25.  $y^{IV} - 5y''' + 7y'' - 3y' = 0$ .
26.  $y^{IV} - 6y''' + 9y'' + 4y' - 12y = 0$ .
27.  $y^{IV} + 5y''' + 9y'' + 7y' + 2y = 0$ .
28.  $y^{IV} + 2y''' + 2y'' + 2y' + y = 0$ .
29.  $y^{IV} - 2y''' + 2y'' - 2y' + y = 0$ .
30.  $y^{IV} - 2y'' + y = 0$ .
31.  $y^{IV} + 6y''' + 12y'' + 8y' = 0$ .
32.  $y^{IV} + 2y''' - 2y'' + 2y' - 3y = 0$ .
33.  $y^{IV} - 5y''' + 5y'' + 5y' - 6y = 0$ .
34.  $y^{IV} + 5y'' + 4y = 0$ .
35.  $y^{IV} + 8y'' + 16y = 0$ .
36.  $y^{IV} + 3y'' + 2y = 0$ .
37.  $y^{IV} + 18y'' + 81y = 0$ .
38.  $y''' + 3y'' + 3y' + y = 0$ .

Решить линейные неоднородные уравнения (39–151):

39.  $y'' - 3y' + 2y = (1+x)e^{2x}$ .
40.  $y'' + 2y' + y = x^2e^{-x}$ .
41.  $y'' - y' - 2y = -9xe^{-x}$ .
42.  $y'' + y' - 6y = -18x^2e^{-x}$ .
43.  $y'' - y = e^x \cos x$ .
44.  $y'' - y' + \frac{1}{2}y = e^x \sin x$ .
45.  $y'' - 4y' + 4y = x^2 + 2e^{2x}$ .
46.  $y'' + y' - 2y = 2xe^{-2x} + 5 \sin x$ .
47.  $y'' + 4y = 4xe^{-2x} - \sin 2x$ .
48.  $y'' + 2y' - 3y = 2 \cos x - 8xe^{-3x}$ .
49.  $y'' + 9y = 6xe^{-3x} - 3 \cos 3x$ .
50.  $y'' + 6y' + 9y = 36xe^{3x}$ .
51.  $y'' - 4y' + 4y = 32xe^{-2x}$ .
52.  $y'' + y' = (5-2x)e^{-x} - 10 \sin 2x$ .
53.  $y'' - y' = (4x+3)e^x - 2 \cos x$ .
54.  $y'' - 4y' = -8e^{2x} \cos 2x - 8x + 2$ .
55.  $y'' - 4y' + 13y = -9 \cos 2x - 8 \sin 2x$ .
56.  $y'' + 4y' + 4y = 2e^{-2x}$ .
57.  $y'' - 2y' + 5y = 4 \cos x + 2 \sin x$ .
58.  $y'' - 8y' + 20y = -2e^{3x}(2 \cos x + \sin x)$ .
59.  $y'' + y' - 6y = -5e^{-3x}$ .
60.  $y'' - 2y' + y = 2e^x$ .
61.  $y'' - 7y' + 12y = -e^{3x}$ .

62.  $y'' - 2y' + 3y = 4 \cos x - 2 \sin x + 4e^{3x}$ .    63.  $y'' + 2y' - 3y = (2 - 8x)e^{-3x}$ .
64.  $y'' - y' - 12y = e^{-2x}(7 \cos x - 5 \sin x) - 7e^{-3x}$ .
65.  $y'' + 4y = 2 \cos 2x - 8x \sin 2x$ .    66.  $y'' + 4y = 2 \cos^2 x$ .
67.  $y'' + 16y = 2 \sin^2 x$ .    68.  $y'' - 5y' + 6y = 10 \sin x + e^{2x}$ .
69.  $y'' + 2y' + y = xe^{-x}$ .    70.  $y'' - 7y' + 6y = \sin x + xe^x$ .
71.  $y'' + y = 2 \sin x \cdot \sin 2x$ .    72.  $y''' - 2y'' - 3y' = e^{-2x}$ .
73.  $y''' - 2y'' - 3y' = x + 1$ .    74.  $y''' - y'' + y' - y = 2 \cos x$ .
75.  $y''' - 2y'' + 2y' = 5 \cos x + 2x$ .    76.  $y''' + 4y' = \operatorname{ch}^2 x$ .
77.  $y''' - 4y' = \cos^2 x$ .    78.  $y''' + 16y' = \operatorname{sh}^2 2x$ .
79.  $y''' - 16y' = \sin^2 2x$ .    80.  $y''' - 3y' - 2y = e^{-x}$ .
81.  $y''' + y' = 1 + \sin x$ .    82.  $y''' + y' = 4 + 10e^{2x}$ .
83.  $y''' - 2y'' + 5y' = 5x + 4e^x$ .    84.  $y''' + y' = -2e^x(\cos x + 3 \sin x) - 2 \cos x$ .
85.  $y''' - 3y'' - 4y' = -3 \cos x - 5 \sin x + 5e^{-x}$ .
86.  $y''' - y'' - 6y' = \cos x + 7 \sin x - 6$ .    87.  $y''' + y'' - 2y' = 3e^x$ .
88.  $y''' + 4y' = 8 \cos 2x$ .    89.  $y''' + 2y'' + y' = 4 \cos x + 1$ .
90.  $y''' - 4y' = 2e^{-x}(3 \cos x + \sin x)$ .    91.  $y''' + 6y'' + 5y' = -4e^{-x}$ .
92.  $y''' - 3y'' + y' - 3y = 6 \sin x - 2 \cos x$ .
93.  $y''' - 4y'' + y' - 4y = 2 \cos x - 8 \sin x$ .
94.  $y''' + 4y'' + 5y' + 2y = e^{-2x}$ .    95.  $y''' + 4y'' + 4y' = -4e^{-2x}$ .
96.  $y''' - 3y'' + 4y = 6e^{2x}$ .    97.  $y''' - y'' - y' + y = e^{-x}(3 \sin x - 4 \cos x)$ .
98.  $y''' - 8y'' + 19y' - 12y = 2e^{3x} - 8 \cos x - 36 \sin x$ .
99.  $y''' + y'' = e^{-x} + 2 \cos x$ .    100.  $y''' - 2y'' = \sin x$ .
101.  $y''' - 2y'' = e^{2x}$ .    102.  $y''' + y'' - 2y' = e^{3x}$ .
103.  $y''' + y'' - 2y' = 2 - x$ .    104.  $y''' + 2y'' = \cos x$ .
105.  $y''' - 2y'' + 2y' = 4x + \cos x$ .    106.  $y''' - 16y' = 48x^2 + 2 \cos^2 2x$ .

107.  $y''' - 2y'' + 2y' = 20 \sin^2 \frac{x}{2}$ .    108.  $y''' + 4y' = e^{2x} - 8 \sin 2x$ .
109.  $y''' + y'' + 4y' + 4y = 40 \sin^2 x$ .    110.  $y''' + 2y'' = 2e^{-2x}$ .
111.  $y''' - 4y'' + 5y' = 15x^2 - 4x + 8 \sin x$ .
112.  $y''' - 2y'' + 2y' = 6x^2 + 2 + 20 \cos 2x$ .
113.  $y''' - 6y'' + 10y' = 13 \cos x + 10x$ .
114.  $y''' + 2y'' + 5y' = 2x - 17 \sin 2x$ .
115.  $y''' - 2y'' + y' = 2x + 2 \cos x$ .    116.  $y''' - 2y'' = 16 \sin 2x - 12x$ .
117.  $y''' - y'' + y' - y = 4xe^x + 4$ .    118.  $y''' + y'' + y' + y = 4xe^{-x} + 4$ .
119.  $y''' - y'' + 4y' - 4y = 40 \cos^2 x$ .    120.  $y^{IV} - 2y'' + y = 1 + x^2$ .
121.  $y^{IV} - y = e^x \cos x$ .    122.  $y^{IV} + 2y'' + y = x^2 + 9 \sin 2x$ .
123.  $y^{IV} + 8y'' + 16y = 16x^2 + 9 \sin x$ .
124.  $y^{IV} + 18y'' + 81y = 64 \cos x - 81x^2$ .
125.  $y^{IV} + 50y'' + 625y = 576 \cos x + 625x^2$ .
126.  $y^{IV} - 4y''' + 5y'' = 6(1 + 5x) + e^{2x}$ .
127.  $y^{IV} + 2y'' + y = x + \cos 2x$ .    128.  $y^{IV} - 16y'' = 64 \sin^2 2x$ .
129.  $y^{IV} + 3y'' - 4y = 10 \sin 2x + 6e^{2x}$ .    130.  $y^{IV} + y'' = \sin^2 \frac{x}{2}$ .
131.  $y^{IV} - y'' - 2y = 12 \sin 3x \cos 2x - 6(e^{-2x} + \sin 5x)$ .
132.  $4y^{IV} - y'' = 12x \operatorname{sh}^2 \frac{x}{2} + 3(8 - xe^{-x})$ .    133.  $y^{IV} - 4y'' = 16 \operatorname{ch}^2 x - 8$ .
134.  $y^{IV} - 2y''' + 2y'' = 10 \cos^2 x + 5(xe^x - 1)$ .
135.  $y^{IV} - 2y''' - 3y'' = 8 \operatorname{sh} x + 10xe^x$ .
136.  $y^{IV} + 2y'' + y = 18 \sin^2 x + 3 \sin 2x + x^3$ .
137.  $y^{IV} - 2y'' + y = 8 \operatorname{ch}^2 \frac{x}{2} + x^2 - 2e^{-x}$ .
138.  $y^{IV} + y''' - 2y'' = 3e^x + 32e^{2x}$ .    139.  $y^{IV} + y'' = 8 \cos^2 \frac{x}{2}$ .
140.  $y^{IV} - 3y'' - 4y = 24 \cos 2x + 20e^{2x}$ .    141.  $y^{IV} + 3y''' - 4y'' = 5 \operatorname{sh} x$ .

$$42. y^{IV} - y = -8(\cos x + 3 \sin x)e^{2x} - 4e^{-x}.$$

$$43. y^{IV} - y'' = 4x \cos x + 12 \sin x - 2e^x.$$

$$44. y^{IV} - 4y''' + 3y'' = 4 \cos x + 8 \sin x + 6.$$

$$45. y^{IV} + 7y''' + 16y'' + 10y' = -5e^{-x}.$$

$$46. y^{IV} - 3y''' + 4y' = -\cos x + 7 \sin x + 4.$$

$$47. y^{IV} + 3y''' + 3y'' + y' = 2(\sin x - \cos x) + 2x + 6.$$

$$48. y^{IV} - 2y'' + y = 8e^x - 4 \cos x.$$

$$49. y^{IV} - y''' - y'' - y' - 2y = -6e^{-x}.$$

$$50. y^{IV} - y''' - 3y'' + y' + 2y = -5(\cos x + \sin x)e^{-x}.$$

$$51. y^{IV} - 2y''' - 2y'' = 4 \operatorname{ch} x.$$

Методом вариации постоянных решить уравнения (152—171):

$$52. y'' + y = \frac{1}{\sin^2 x}.$$

$$153. y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{1 + e^x}.$$

$$54. y'' - 3y' + 2y = \frac{e^x}{1 + e^x}.$$

$$155. y'' - y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}.$$

$$56. y'' - 2y' = 5(3 - 4x)\sqrt{x}.$$

$$157. y'' - 2y' + 10y = \frac{9e^x}{\cos 3x}.$$

$$58. y'' - 4y' + 8y = 4(7 - 21x + 18x^2)\sqrt[3]{x}. \quad 159. y'' + y = -\operatorname{ctg}^2 x.$$

$$60. y'' - 4y = (15 - 16x^2)\sqrt{x}.$$

$$161. y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x + 1}.$$

$$62. y'' + 3y' = \frac{3x - 1}{x^2}.$$

$$163. y'' - 4y' + 4y = \frac{2e^{2x}}{1 + x^2}.$$

$$64. y'' + y' = 7(4 + 3x)\sqrt[3]{x}.$$

$$165. y'' + 2y' + 2y = \frac{e^{-x}}{\sin x}.$$

$$66. y'' + 2y = 2 - 4x^2 \sin x^2.$$

$$167. y'' + 2y' + 5y = \frac{2e^{-x}}{\cos 2x}.$$

$$68. y'' + 2y' + y = (x + 2) \left( \ln x + \frac{1}{x} \right). \quad 169. y'' - 2y = -2 - 4x^2 \cos x^2.$$

$$70. y'' - y' = -\frac{x + 1}{x^2}.$$

$$171. y'' - 2y' = \frac{1}{x} - 2 \ln(ex).$$

Операционным методом решить при  $t \geq 0$  задачу Коши (172—183):

$$172. y'' - 3y' + 2y = e^{-t}, y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

$$173. y'' - y' - 2y = 3te^t, y(0) = y'(0) = 0.$$

$$174. y'' - 5y' + 4y = (10t + 1)e^{-t}, y(0) = y'(0) = 0.$$

$$175. y'' + 5y' + 6y = e^{-2t}, y(0) = -1, y'(0) = 0.$$

$$176. y'' - 2y' + y = 2e^t, y(0) = y'(0) = 1.$$

$$177. y'' + 2y' + y = (t + 2)e^{-t}, y(0) = 1, y'(0) = -1.$$

$$178. y'' - 2y' - 3y = 4e^{3t} - 4e^{-t}, y(0) = 2, y'(0) = 0.$$

$$179. y'' + y = 4 \cos t, y(0) = 1, y'(0) = -1.$$

$$180. y'' + y = 5te^{2t}, y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

$$181. y'' + 9y = 6 \cos 3t + 9 \sin 3t, y(0) = 1, y'(0) = 0.$$

$$182. y'' + 4y = 4(\cos 2t + \sin 2t), y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

$$183. y'' + y = 2(\cos t - \sin t), y(0) = 1, y'(0) = 2.$$

Решить при  $x > 0$  уравнения Эйлера (184—207):

$$184. x^2 y'' + 2xy' - 12y = 0.$$

$$185. 2x^2 y'' - xy' - 2y = 0.$$

$$186. 4x^2 y'' - 3y = 0.$$

$$187. x^2 y'' - 2xy' - 4y = 0.$$

$$188. x^2 y'' + 5xy' + 8y = 0.$$

$$189. 2x^2 y'' - 3xy' + 3y = 0.$$

$$190. x^2 y'' - 6y = 0.$$

$$191. 2x^2 y'' + 5xy' - 2y = 0.$$

$$192. x^2 y'' + 3xy' - 3y = -\frac{15}{2\sqrt{x}}.$$

$$193. 4x^2 y'' - 4xy' - 5y = -4\sqrt{x}.$$

$$194. x^2 y'' - 2y = -2x^3.$$

$$195. x^2 y'' - 3xy' + 4y = 4x^3.$$

$$196. x^2 y'' + xy' + y = 10x^2.$$

$$197. x^2 y'' + 3xy' + y = \frac{1}{x}.$$

$$198. x^2 y'' + xy' + y = -2 \sin(\ln x).$$

$$199. x^2 y'' - 4xy' + 6y = 2x^2 - \frac{3}{x}.$$

$$200. x^2 y'' + 2xy' - 2y = \ln x.$$

$$201. x^2 y'' - 6y = -16x^2 \ln x.$$

$$202. x^2 y'' + xy' - 4y = -9x \ln x.$$

$$203. x^2 y'' - 20y = 10x^6.$$

$$204. x^2 y'' + 3xy' - 3y = -\frac{3}{x^2}. \quad 205. x^2 y'' - xy' - 8y = 11x^3 \ln x.$$

$$206. 2x^2 y'' + xy' - y = -\frac{6}{x}. \quad 207. x^2 y'' - 2y = \frac{4}{x^2}.$$

Решить каким-либо способом задачу Коши (208–236):

$$208. y'' + y = -2 \sin x, y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

$$209. y'' - y' - 2y = -18xe^{-x}, y(1) = 5e^{-1}, y'(1) = 3e^{-1}.$$

$$210. 9y'' + y = 6 \sin \frac{x}{3}, y(3\pi) = 0, y'(3\pi) = 1.$$

$$211. y'' + y = \cos(x-1), y(0) = y'(0) = 0.$$

$$212. 4y'' + y = 4 \cos \frac{x}{2}, y(\pi) = 0, y'(\pi) = \frac{\pi}{2}.$$

$$213. y'' + y = 2 \sin(x+1), y(0) = y'(0) = 0.$$

$$214. y'' - 2y' + y = 2e^x, y(1) = 0, y'(1) = -e.$$

$$215. y'' - 3y' + 2y = 2xe^x, y(1) = e, y'(1) = 5e.$$

$$216. y'' - 4y' = -8e^{2x} \cos 2x - 8x + 2, y(0) = 5, y'(0) = -6.$$

$$217. y'' + 3y' + 2y = -2 \cos 2x - 6 \sin 2x - e^{-2x}, y(0) = 3, y'(0) = -7.$$

$$218. y'' - 2y' - 3y = 4 \cos x - 2 \sin x + 4e^{3x}, y(0) = 5, y'(0) = 7.$$

$$219. y'' + y = \sin(x-1), y(0) = y'(0) = 0.$$

$$220. y'' + y = \frac{1}{\cos x}, y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

$$221. y'' + 2y' + y = \frac{1}{x} e^{-x}, y(1) = y'(1) = 0.$$

$$222. y'' - 2y' + y = \frac{1}{x} e^x, y(1) = y'(1) = 0.$$

$$223. y^{IV} - 2y'' + y = 1 + x^2, y(0) = y'(0) = y''(0) = y'''(0) = 0.$$

$$224. x^2 y'' + 2xy' - 2y = -\frac{3}{x^2}, y(1) = 0, y'(1) = 1.$$

$$225. x^2 y'' + 2xy' - 6y = x^3, y(1) = 0, y'(1) = \frac{1}{6}.$$

$$226. x^2 y'' + xy' - y = \ln x, y(1) = 2, y'(1) = 1.$$

$$227. 4x^2 y'' - 3y = 5x^2, y(1) = 1, y'(1) = 2.$$

$$228. x^2 y'' + xy' - y = 2x, y(1) = 0, y'(1) = 1.$$

$$229. y''' + y' = 2x, y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = 2.$$

$$230. y''' - y' = 6 - 3x^2, y(1) = y'(1) = 0, y''(1) = 3.$$

$$231. y^{IV} + 2y'' + y = 0, y(0) = y''(0) = 0, y'(0) = 2, y'''(0) = -4.$$

$$232. y''' + 6y'' + 11y' + 6y = x^2 + x + 1, y(0) = y'(0) = y''(0) = 0.$$

$$233. y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 1, y(0) = y'(0) = y''(0) = 0.$$

$$234. y^{IV} - 2y''' + 2y'' - 2y' + y = \frac{\pi}{2} + 4 \cos x, y(0) = \frac{\pi}{2}, y'(0) = 1, y''(0) = 0, y'''(0) = -3.$$

$$235. y^{(8)} + 2y^{(6)} - 2y'' - y = 0, y(0) = y''(0) = y^{(4)}(0) = y^{(6)}(0) = 0, y'(0) = 2, y'''(0) = 2, y^{(5)}(0) = -1, y^{(7)}(0) = 11.$$

$$236. y^{(8)} - y = 0, y(0) = 1, y'(0) = y''(0) = y'''(0) = y^{(4)}(0) = y^{(5)}(0) = y^{(6)}(0) = y^{(7)}(0) = 0.$$

237. Найти решение уравнения  $y''' - 3y' - 2y = xe^{-x}$ , ограниченное при  $x \rightarrow +\infty$  и удовлетворяющее условиям  $y(0) = 1, y'(0) = 0$ .

238. Составить линейное однородное уравнение наименьшего порядка  $Ly = 0$  с постоянными вещественными коэффициентами, имеющее решения  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$ , и решить неоднородное уравнение  $Ly = f(x)$ , если:

а)  $y_1(x) = \sin x, y_2(x) = e^{-x}, f(x) = x + 2e^{-x}$ ,

б)  $y_1(x) = x, y_2(x) = e^x, f(x) = 2 \sin x - 2$ ,

в)  $y_1(x) = \cos x, y_2(x) = e^x, f(x) = 2e^x - x$ ,

г)  $y_1(x) = x, y_2(x) = e^{-x}, f(x) = 2 - 2 \cos x$ .

239. Доказать, что любое решение уравнения

$$y^V - y^{IV} - 9y''' + y'' + 20y' + 12 = 0$$

однозначно представимо в виде суммы решений уравнений  $y''' - y'' - 5y' - 3y = 0$  и  $y'' - 4y = 0$ .

40. Верно ли, что каждое решение уравнения  $y'' - y' - 2y = 0$  удовлетворяет уравнению

$$y^V - 3y^{IV} - y''' + 7y'' - 4y = 0?$$

### Ответы к задачам § 8

1.  $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x}$ .
2.  $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{4x}$ .
3.  $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}$ .
4.  $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$ .
5.  $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-2x}$ .
6.  $y = e^{2x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$ .
7.  $y = e^{3x}(C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$ .
8.  $y = e^x(C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$ .
9.  $y = e^{-x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$ .
10.  $y = e^{-x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$ .
11.  $y = e^{2x}(C_1 x + C_2)$ .
12.  $y = e^{3x}(C_1 x + C_2)$ .
13.  $y = e^{4x}(C_1 x + C_2)$ .
14.  $y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{-x} + C_3 e^x$ .
15.  $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{-x} + C_3 e^x$ .
16.  $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + C_3 e^{4x}$ .
17.  $y = C_1 e^{-2x} + e^{-x}(C_2 x + C_3)$ .
18.  $y = e^{-2x}(C_1 x + C_2) + C_3 e^x$ .
19.  $y = C_1 e^x + e^x(C_2 \cos 2x + C_3 \sin 2x)$ .
20.  $y = C_1 e^{-x} + C_2 \cos 2x + C_3 \sin 2x$ .
21.  $y = C_1 e^{-x} + e^{-x}(C_2 \cos x + C_3 \sin x)$ .
22.  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + C_3 e^x$ .
23.  $y = C_1 e^{-x} + C_2 + e^x(C_3 \cos x + C_4 \sin x)$ .
24.  $y = C_1 + C_2 e^x + C_3 e^{2x} + C_4 e^{4x}$ .
25.  $y = C_1 + e^x(C_2 x + C_3) + C_4 e^{3x}$ .
26.  $y = C_1 e^{-x} + e^{2x}(C_2 x + C_3) + C_4 e^{3x}$ .
27.  $y = C_1 e^{-2x} + e^{-x}(C_2 x^2 + C_3 x + C_4)$ .
28.  $y = e^{-x}(C_1 x + C_2) + C_3 \cos x + C_4 \sin x$ .
29.  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + e^x(C_3 x + C_4)$ .

### § 8. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами

30.  $y = e^{-x}(C_1 x + C_2) + e^x(C_3 x + C_4)$ .
31.  $y = C_1 + e^{-2x}(C_2 x^2 + C_3 x + C_4)$ .
32.  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + C_3 e^{-3x} + C_4 e^x$ .
33.  $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^x + C_3 e^{2x} + C_4 e^{3x}$ .
34.  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + C_3 \cos 2x + C_4 \sin 2x$ .
35.  $y = (C_1 x + C_2) \cos 2x + (C_3 x + C_4) \sin 2x$ .
36.  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + C_3 \cos x \sqrt{2} + C_4 \sin x \sqrt{2}$ .
37.  $y = (C_1 x + C_2) \cos 3x + (C_3 x + C_4) \sin 3x$ .
38.  $y = e^{-x}(C_1 x^2 + C_2 x + C_3)$ .
39.  $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + \frac{1}{2} x^2 e^{2x}$ .
40.  $y = (C_1 + C_2 x) e^{-x} + \frac{x^4}{12} e^{-x}$ .
41.  $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x} + \left(x + \frac{3}{2} x^2\right) e^{-x}$ .
42.  $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x} + \left(3x^2 - x + \frac{7}{6}\right) e^{-x}$ .
43.  $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^x - \frac{1}{5} e^x (\cos x + 2 \sin x)$ .
44.  $y = e^{\frac{x}{2}} \left(C_1 \sin \frac{x}{2} + C_2 \cos \frac{x}{2}\right) - \frac{2}{5} e^x (\sin x + 2 \cos x)$ .
45.  $y = e^{2x}(C_1 + C_2 x + x^2) + \frac{1}{8}(2x^2 + 4x + 3)$ .
46.  $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^x - \frac{1}{9}(3x^2 + 2x)e^{-2x} - \frac{1}{2}(3 \sin x + \cos x)$ .
47.  $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + \frac{1}{4}(2x + 1)e^{-2x} + \frac{1}{4} x \cos 2x$ .
48.  $y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^x + \frac{1}{2}(2x^2 + x)e^{-3x} - \frac{1}{5}(2 \cos x - \sin x)$ .
49.  $y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + \frac{1}{9}(3x + 1)e^{-3x} - \frac{1}{2} x \sin 3x$ .

$$). y = (C_1 + C_2 x)e^{-3x} + \left(x - \frac{2}{3}\right)e^{3x}.$$

$$l. y = (C_1 + C_2 x)e^{2x} + (2x + 1)e^{-2x}.$$

$$). y = C_1 + C_2 e^{-x} + (x^2 - 3x)e^{-x} + \cos 2x + 2 \sin 2x.$$

$$). y = C_1 + C_2 e^x + x(2x - 1)e^x + \cos x + \sin x.$$

$$l. y = C_1 + C_2 e^{4x} + e^{2x} \cos 2x + x^2.$$

$$). y = e^{2x}(C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x) - \cos 2x.$$

$$). y = e^{-2x}(C_1 + C_2 x) + x^2 e^{-2x}.$$

$$). y = e^x(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x) + \cos x.$$

$$). y = e^{4x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x) - e^{3x} \cos x.$$

$$). y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{2x} + x e^{-3x}.$$

$$). y = e^x(C_1 + C_2 x) + x^2 e^x.$$

$$l. y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{4x} + x e^{3x}.$$

$$). y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{3x} - \cos x + x e^{3x}.$$

$$). y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^x + x^2 e^{-3x}.$$

$$l. y = C_1 e^{-3x} + C_2 e^{4x} - e^{-2x} \cos x + x e^{-3x}.$$

$$). y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + x^2 \cos 2x.$$

$$). y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + \frac{1}{4}(1 + x \sin 2x).$$

$$). y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x + \frac{1}{16}(1 - 2x \sin 4x).$$

$$). y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x} - x e^{2x} + \sin x + \cos x.$$

$$). y = e^{-x}(C_1 + C_2 x) + \frac{1}{6} x^3 e^{-x}.$$

$$). y = C_1 e^x + C_2 e^{6x} - x \left(\frac{x}{10} + \frac{1}{25}\right) e^x + \frac{1}{74}(7 \cos x + 5 \sin x).$$

$$l. y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{1}{5} x(\cos x + 2 \sin x) + \frac{1}{8} \cos 3x.$$

$$72. y = C_1 e^{-x} + C_2 + C_3 e^{3x} - \frac{1}{10} e^{-2x}.$$

$$73. y = C_1 e^{-x} + C_2 + C_3 e^{3x} - \frac{1}{6} x^2 - \frac{1}{9} x.$$

$$74. y = C_1 e^x + C_2 \cos x + C_3 \sin x - \frac{1}{2} x(\sin x + \cos x).$$

$$75. y = C_1 + e^x(C_2 \cos x + C_3 \sin x) + 2 \cos x + \sin x + x \left(\frac{1}{2} x + 1\right).$$

$$76. y = C_1 + C_2 \sin 2x + C_3 \cos 2x + \frac{x}{8} + \frac{1}{32} \operatorname{sh} 2x.$$

$$77. y = C_1 + C_2 \operatorname{sh} 2x + C_3 \operatorname{ch} 2x - \frac{x}{8} - \frac{1}{32} \sin 2x.$$

$$78. y = C_1 + C_2 \sin 4x + C_3 \cos 4x - \frac{x}{32} + \frac{1}{256} \operatorname{sh} 4x.$$

$$79. y = C_1 + C_2 \operatorname{sh} 2x + C_3 \operatorname{ch} 2x + \frac{x}{32} - \frac{1}{256} \sin 4x.$$

$$80. y = (C_1 + C_2 x)e^{-x} + C_3 e^{2x} - \frac{x^2}{6} e^{-x}.$$

$$81. y = C_1 + C_2 \cos x + C_3 \sin x + x - \frac{1}{2} x \sin x.$$

$$82. y = C_1 + C_2 \cos x + C_3 \sin x + 4x + e^{2x}.$$

$$83. y = C_1 + e^x(C_2 \cos 2x + C_3 \sin 2x) + e^x + \frac{1}{2} x^2 + \frac{2}{5} x.$$

$$84. y = C_1 + C_2 \cos x + C_3 \sin x + 2e^x \cos x + x \cos x.$$

$$85. y = C_1 e^{-x} + C_2 + C_3 e^{4x} - \cos x + x e^{-x}.$$

$$86. y = C_1 e^{-2x} + C_2 + C_3 e^{3x} + \cos x + x.$$

$$87. y = C_1 e^{-2x} + C_2 + C_3 e^x + x e^x.$$

$$88. y = C_1 + C_2 \cos 2x + C_3 \sin 2x - x \cos 2x.$$

$$89. y = C_1 + e^{-x}(C_2 + C_3 x) - 2 \cos x + x.$$

$$90. y = C_1 e^{-2x} + C_2 + C_3 e^{2x} + e^{-x} \cos x.$$

$$91. y = C_1 e^{-x} + C_2 + C_3 e^{-5x} + x e^{-x}.$$

$$92. y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + C_3 e^{3x} + x \cos x.$$

$$3. y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + C_3 e^{4x} - x \cos x.$$

$$4. y = C_1 e^{-2x} + e^{-x}(C_2 + C_3 x) + x e^{-2x}.$$

$$5. y = e^{-2x}(C_1 + C_2 x) + C_3 + x^2 e^{-2x}.$$

$$6. y = e^{2x}(C_1 + C_2 x) + C_3 e^{-x} + x^2 e^{2x}.$$

$$7. y = C_1 e^{-x} + e^x(C_2 + C_3 x) - e^{-x} \cos x.$$

$$8. y = C_1 e^x + C_2 e^{3x} + C_3 e^{4x} + 2 \cos x - x e^{3x}.$$

$$9. y = C_1 + C_2 x + C_3 e^{-x} - \cos x - \sin x + x e^{-x}.$$

$$0. y = C_1 + C_2 x + C_3 e^{2x} + \frac{1}{5}(\cos x + 2 \sin x).$$

$$1. y = C_1 + C_2 x + C_3 e^{2x} + \frac{1}{4} x e^{2x}.$$

$$2. y = C_1 e^{-2x} + C_2 + C_3 e^x + \frac{1}{30} e^{3x}.$$

$$3. y = C_1 e^{-2x} + C_2 + C_3 e^x + \frac{1}{4}(x^2 - 3x).$$

$$4. y = C_1 e^{-2x} + C_2 + C_3 x - \frac{1}{5}(2 \cos x + \sin x).$$

$$5. y = C_1 + e^{-x}(C_2 \cos x + C_3 \sin x) + x^2 + 2x + \frac{1}{5}(2 \cos x + \sin x).$$

$$6. y = C_1 + C_2 e^{-4x} + C_3 e^{4x} - x^3 - \frac{1}{16} \left( 7x + \frac{1}{8} \sin 4x \right).$$

$$7. y = C_1 + e^x(C_2 \cos x + C_3 \sin x) + 5x - 4 \cos x - 2 \sin x.$$

$$8. y = C_1 + C_2 \cos 2x + C_3 \sin 2x + x \sin 2x + \frac{1}{16} e^{2x}.$$

$$9. y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x + C_3 e^{-x} + x(2 \cos 2x - \sin 2x) + 5.$$

$$0. y = C_1 e^{-2x} + C_2 + C_3 x + \frac{1}{2} x e^{-2x}.$$

$$1. y = C_1 + e^{2x}(C_2 \cos x + C_3 \sin x) + x^3 + 2x^2 + 2x + \sin x - \cos x.$$

$$2. y = C_1 + e^x(C_2 \cos x + C_3 \sin x) + x^3 + 3x^2 + 4x + 2 \cos 2x - \sin 2x.$$

$$3. y = C_1 + e^{3x}(C_2 \cos x + C_3 \sin x) + \frac{1}{2} x^2 + \frac{3}{5} x + \frac{2}{3} \cos x + \sin x.$$

$$114. y = C_1 + e^{-x}(C_2 \cos 2x + C_3 \sin 2x) + \frac{1}{5} x^2 - \frac{4}{25} x + 2 \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x.$$

$$115. y = C_1 + (C_2 + C_3 x) e^x + x^2 + 4x + \cos x.$$

$$116. y = C_1 + C_2 x + C_3 e^{2x} + x^3 + \frac{3}{2} x^2 + \sin 2x + \cos 2x.$$

$$117. y = C_1 e^x + C_2 \cos x + C_3 \sin x + (x^2 - 2x) e^x - 4.$$

$$118. y = C_1 e^{-x} + C_2 \cos x + C_3 \sin x + (x^2 + 2x) e^{-x} + 4.$$

$$119. y = C_1 e^x + C_2 \cos 2x + C_3 \sin 2x - x(2 \cos 2x + \sin 2x) - 5.$$

$$120. y = e^x(C_1 + C_2 x) + e^{-x}(C_3 + C_4 x) + x^2 + 5.$$

$$121. y = C_1 e^{-x} + C_2 e^x + C_3 \sin x + C_4 \cos x - \frac{1}{5} e^x \cos x.$$

$$122. y = (C_1 + C_2 x) \cos x + (C_3 + C_4 x) \sin x + \sin 2x + x^2 - 4.$$

$$123. y = (C_1 + C_2 x) \cos 2x + (C_3 + C_4 x) \sin 2x + x^2 - 1 + \sin x.$$

$$124. y = (C_1 + C_2 x) \cos 3x + (C_3 + C_4 x) \sin 3x + \cos x - x^2 + \frac{4}{9}.$$

$$125. y = (C_1 + C_2 x) \cos 5x + (C_3 + C_4 x) \sin 5x + \cos x + x^2 - \frac{4}{25}.$$

$$126. y = C_1 + C_2 x + e^{2x}(C_3 \cos x + C_4 \sin x) + x^2(3 + x) + \frac{1}{4} e^{2x}.$$

$$127. y = (C_1 + C_2 x) \cos x + (C_3 + C_4 x) \sin x + x + \frac{1}{9} \cos 2x.$$

$$128. y = C_1 + C_2 x + C_3 e^{-4x} + C_4 e^{4x} - x^2 - \frac{1}{16} \cos 4x.$$

$$129. y = C_1 e^{-x} + C_2 e^x + C_3 \cos 2x + C_4 \sin 2x + \frac{1}{4} e^{2x} + \frac{1}{2} x \cos 2x.$$

$$130. y = C_1 + C_2 x + C_3 \cos x + C_4 \sin x + \frac{1}{4} x(x + \sin x).$$

$$131. y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + C_3 e^{-x\sqrt{2}} + C_4 e^{x\sqrt{2}} + x \cos x - \frac{3}{5} e^{-2x}.$$

$$132. y = C_1 + C_2 x + C_3 e^{\frac{x}{2}} + C_4 e^{-\frac{x}{2}} + \left( x - \frac{14}{3} \right) e^x + x^2(x - 12).$$

$$133. y = C_1 + C_2 x + C_3 e^{2x} + C_4 e^{-2x} + \frac{1}{2} x \operatorname{sh} 2x.$$

34.  $y = C_1 + C_2x + e^x(C_3 \cos x + C_4 \sin x) + \frac{1}{8}(\cos 2x + 2 \sin 2x).$
35.  $y = C_1 + C_2x + C_3e^{-x} + C_4e^{3x} + \left(4 - \frac{5}{2}x\right)e^x + xe^{-x}.$
36.  $y = (C_1 + C_2x) \cos x + (C_3 + C_4x) \sin x - \cos 2x + \frac{1}{3} \sin 2x + x^3 - 12x + 9.$
37.  $y = (C_1 + C_2x)e^{-x} + (C_3 + C_4x)e^x + \frac{1}{4}x^2e^x + x^2 + 8.$
38.  $y = C_1 + C_2x + C_3e^x + C_4e^{-2x} + xe^x + 2e^{2x}.$
39.  $y = C_1 + C_2x + C_3 \cos x + C_4 \sin x + 2x^2 - 2x \sin x.$
40.  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + C_3e^{2x} + C_4e^{-2x} + \cos 2x + xe^{2x}.$
41.  $y = C_1 + C_2x + C_3e^x + C_4e^{-4x} + \frac{1}{2}xe^x + \frac{5}{12}e^{-x}.$
42.  $y = C_1e^{-x} + C_2e^x + C_3 \cos x + C_4 \sin x + e^{2x} \cos x + xe^{-x}.$
43.  $y = C_1 + C_2x + C_3e^x + C_4e^{-x} + 2x \cos x - xe^x.$
44.  $y = C_1 + C_2x + C_3e^x + C_4e^{3x} - 2 \cos x + x^2.$
45.  $y = C_1 + C_2e^{-x} + e^{-3x}(C_3 \cos x + C_4 \sin x) + xe^{-x}.$
46.  $y = C_1 + C_2e^{-x} + e^{2x}(C_3 + C_4x) - \cos x + x.$
47.  $y = C_1 + e^{-x}(C_2 + C_3x + C_4x^2) + \cos x + x^2.$
48.  $y = e^{-x}(C_1 + C_2x) + e^x(C_3 + C_4x) + x^2e^x - \cos x.$
49.  $y = C_1e^{-x} + C_2e^{2x} + C_3 \cos x + C_4 \sin x + xe^{-x}.$
50.  $y = e^{-x}(C_1 + C_2x) + C_3e^x + C_4e^{2x} + e^{-x} \cos x.$
51.  $y = C_1 + C_2x + C_3e^{(1-\sqrt{3})x} + C_4e^{(1+\sqrt{3})x} - \frac{2}{3}e^x + 2e^{-x}.$
52.  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + 1 + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} \right|.$
53.  $y = C_1e^x + C_2e^{2x} + (e^x + e^{2x})[x - \ln(1 + e^x)] + e^x + \frac{1}{2}.$
54.  $y = C_1e^x + C_2e^{2x} + (e^x - e^{2x})[x - \ln(1 + e^x)] - e^x.$
55.  $y = C_1e^{-x} + C_2e^x + 2 \operatorname{arctg} e^x \cdot \operatorname{ch} x - 1.$

156.  $y = C_1 + C_2e^{2x} + 4x^2\sqrt{x}.$
157.  $y = e^x(C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x) + e^x(\ln |\cos 3x| \cos 3x + 3x \sin 3x).$
158.  $y = e^{2x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x) + 9x^2\sqrt[3]{x}.$
159.  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + 2 - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} \right| \cos x.$
160.  $y = C_1e^{-2x} + C_2e^{2x} + 4x^2\sqrt{x}.$
161.  $y = e^{-2x}(C_1 + C_2x) + e^{-2x}[(x+1) \ln |x+1| - x].$
162.  $y = C_1e^{-3x} + C_2 + \ln |x|.$
163.  $y = e^{2x}(C_1 + C_2x) + e^{2x}[2x \operatorname{arctg} x - \ln(1+x^2)].$
164.  $y = C_1e^{-x} + C_2 + 9x^2\sqrt[3]{x}.$
165.  $y = e^{-x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x) + e^{-x}(\ln |\sin x| \sin x - x \cos x).$
166.  $y = C_1 \cos(x\sqrt{2}) + C_2 \sin(x\sqrt{2}) + \sin x^2.$
167.  $y = e^{-x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x) + e^{-x} \left( x \sin 2x + \frac{1}{2} \ln |\cos 2x| \cos 2x \right).$
168.  $y = e^{-x}(C_1 + C_2x) + x \ln x.$
169.  $y = C_1e^{-x\sqrt{2}} + C_2e^{x\sqrt{2}} + \cos x^2.$
170.  $y = C_1 + C_2e^x + \ln |x|.$
171.  $y = C_1 + C_2e^{2x} + x \ln x.$
172.  $y = \frac{1}{6}e^{-t} - \frac{3}{2}e^t + \frac{4}{3}e^{2t}.$
173.  $y = -\frac{1}{4}e^{-t} + e^{2t} - \frac{3}{4}(1+2t)e^t.$
174.  $y = -e^t + \frac{1}{5}e^{4t} + \left(\frac{4}{5} + t\right)e^{-t}.$
175.  $y = 3e^{-3t} + (t-4)e^{-2t}.$
176.  $y = (t^2 + 1)e^t.$
177.  $y = \left(1 + t^2 + \frac{1}{6}t^3\right)e^{-t}.$
178.  $y = (2+t)e^{-t} + te^{3t}.$
179.  $y = \cos t + (2t-1) \sin t.$
180.  $y = \frac{4}{5}(\cos t + 2 \sin t) + \left(t - \frac{4}{5}\right)e^{2t}.$
181.  $y = \left(1 - \frac{3}{2}t\right) \cos 3t + \left(t + \frac{1}{2}\right) \sin 3t.$
182.  $y = (1+t) \sin 2t - t \cos 2t.$
183.  $y = (1+t)(\cos t + \sin t).$



184.  $y = C_1 x^3 + C_2 x^{-4}$ . 185.  $y = C_1 x^2 + \frac{C_2}{\sqrt{x}}$ .
186.  $y = \frac{C_1}{\sqrt{x}} + C_2 x \sqrt{x}$ . 187.  $y = C_1 x^4 + \frac{C_2}{x}$ .
188.  $y = \frac{1}{x^2} [C_1 \cos(2 \ln x) + C_2 \sin(2 \ln x)]$ .
189.  $y = C_1 x \sqrt{x} + C_2 \sqrt{x}$ . 190.  $y = C_1 x^3 + \frac{C_2}{x^2}$ .
191.  $y = C_1 \sqrt{x} + \frac{C_2}{x^2}$ . 192.  $y = \frac{C_1}{x^3} + C_2 x + \frac{2}{\sqrt{x}}$ .
193.  $y = C_1 x^2 \sqrt{x} + \frac{C_2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} \sqrt{x}$ . 194.  $y = C_1 x^2 + \frac{C_2}{x} - \frac{1}{2} x^3$ .
195.  $y = x^2 (C_1 + C_2 \ln x) + x^3$ .
196.  $y = C_1 \cos(\ln x) + C_2 \sin(\ln x) + 2x^2$ .
197.  $y = \frac{1}{x} (C_1 + C_2 \ln x) + \frac{1}{2x} \ln^2 x$ .
198.  $y = \left[ C_1 - \frac{2}{3} \sin^3(\ln x) \right] \cos(\ln x) + \left[ C_2 - \frac{1}{2} \cos(2 \ln x) \right] \sin(\ln x)$ .
199.  $y = C_1 x^2 + C_2 x^3 + 2x^2 \ln x - \frac{1}{4x}$ . 200.  $y = C_1 x + \frac{C_2}{x^2} - \frac{1}{2} \ln x - \frac{1}{4}$ .
201.  $y = \frac{C_1}{x^2} + C_2 x^3 + x^2 (4 \ln x + 3)$ . 202.  $y = C_1 x^2 + \frac{C_2}{x^2} + x(3 \ln x + 2)$ .
203.  $y = \frac{C_1}{x^4} + C_2 x^5 + x^6$ . 204.  $y = C_1 x^3 + \frac{C_2}{x} + \frac{1}{x^2}$ .
205.  $y = \frac{C_1}{x^2} + C_2 x^4 - \frac{11}{25} x^3 (5 \ln x + 4)$ . 206.  $y = C_1 x + \frac{C_2}{\sqrt{x}} - \frac{3}{x}$ .
207.  $y = \frac{C_1}{x} + C_2 x^2 + \frac{4}{x^2}$ . 208.  $y = x \cos x$ .
209.  $y = (3x^2 + 2x)e^{-x}$ . 210.  $y = (3\pi - x) \cos \frac{x}{3}$ .
211.  $y = \frac{1}{2} \sin \ln \sin x + \frac{1}{2} x \sin(x - 1)$ . 212.  $y = (x - 2\pi) \cos \frac{x}{2}$ .
213.  $y = \cos \ln \sin x - x \cos(x + 1)$ . 214.  $y = e^x (x^2 - 3x + 2)$ .
215.  $y = 8e^{2x-1} - (x^2 + 2x + 4)e^x$ . 216.  $y = 6 - 2e^{4x} + e^{2x} \cos 2x + x^2$ .

217.  $y = (x + 6)e^{-2x} - 4e^{-x} + \cos 2x$ . 218.  $y = (x + 3)e^{3x} + 3e^{-x} - \cos x$ .
219.  $y = \frac{1}{2} \cos \ln \sin x - \frac{1}{2} x \cos(x - 1)$ . 220.  $y = (x + 1) \sin x + \cos x \ln |\cos x|$ .
221.  $y = (1 - x + x \ln x)e^{-x}$ . 222.  $y = (1 - x + x \ln x)e^x$ .
223.  $y = x^2 + 5 + \left( \frac{3}{4}x - \frac{5}{2} \right) e^x - \left( \frac{3}{4}x + \frac{5}{2} \right) e^{-x}$ .
224.  $y = \frac{1}{x^2} \ln x$ . 225.  $y = \frac{1}{6} x^2 (x - 1)$ .
226.  $y = 2x - \ln x$ . 227.  $y = x^2$ .
228.  $y = x \ln x$ . 229.  $y = x^2 + \sin x$ .
230.  $y = x^3 + 2 - 3e^{x-1}$ . 231.  $y = x \cos x + \sin x$ .
232.  $y = \frac{35}{54} - \frac{4}{9}x + \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{2}e^{-2x} - e^{-x} - \frac{4}{27}e^{-3x}$ .
233.  $y = \frac{1}{54} (-9x^2 - 42x + 108e^x - 54e^{2x} + 14e^{3x} - 68)$ .
234.  $y = x \cos x + \frac{\pi}{2}$ .
235.  $y = e^x - e^{-x} + \frac{9}{8}x \cos x + \frac{3}{8}(x^2 - 3) \sin x$ .
236.  $y = \frac{1}{2} \operatorname{ch} \frac{x}{\sqrt{2}} \cos \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{1}{4} \operatorname{ch} x + \frac{1}{4} \cos x$ .
237.  $y = (1 + x) \left( 1 - \frac{x^2}{18} \right) e^{-x}$ .
238. а)  $y''' + y'' + y' + y = 0$ ,  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + C_3 e^{-x} + x - 1 + x e^{-x}$ ,  
 б)  $y''' - y'' = 0$ ,  $y = C_1 + C_2 x + C_3 e^x + \sin x + \cos x - x^2$ ,  
 в)  $y''' - y'' + y' - y = 0$ ,  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + C_3 e^x + x + 1 + x e^x$ ,  
 г)  $y''' + y'' = 0$ ,  $y = C_1 + C_2 x + C_3 e^{-x} + \sin x + \cos x + x^2$ .
240. Да.