

A. Určete poloměr konvergence daných mocninných řad. Vyšetřete konvergenci na kružnici konvergence.

1.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n} x^n$$

5.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n + b^n}{n} x^n$$

2.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n$$

6.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} (x-1)^n$$

3.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n5^n}$$

7.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x^n \left(\frac{2^n (n!)^2}{(2n+1)!}\right)^p$$

4.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a^{n^2} x^n, \quad a > 0$$

B. Rozviňte v mocninnou řadu o středu 0:

1. $\sin^2 x$

3. $\int_0^x \frac{\arctg t}{t} dt$

2. $\sqrt{1+x^2}$

4. $\sinh x$

C. Sečtěte mocninné řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} x^n$

2. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{4n+1}}{4n+1}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n$

D. Sečtěte číselné řady

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$ (Návod: $\arctg x$.)

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(n+1)}$

E. Hledejte řešení rovnic ve tvaru mocninné řady (o středu 0):

1.

$$y'' - xy = 0$$

$$y(0) = 1$$

$$y'(0) = 0$$

3.

$$(1 + x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0$$

$$y(0) = 0$$

$$y'(0) = 1$$

2.

$$y'' - xy' - 2y = 0$$

$$y(0) = 0$$

$$y'(0) = 1$$