

PŘÍKLADY 3 - IMPLICITNÍ FUNKCE

Ověřte, že zadané vztahy je v okolí daného bodu možno převést na uvedený explicitní tvar. Spočtete požadované derivace.

- $$\frac{\cos x \sin y}{1+xy} + \frac{x}{y} = 1$$

bod: $(x, y) = (\pi, \pi)$
funkce: $y = y(x)$
 $\frac{d^2y}{dx^2}(\pi) = ?$
- $$tx + \exp y - \cos x = 0$$

$$x + y - \frac{t}{1+x} + \cos x = 1$$

bod: $(x, y, t) = (0, 0, 0)$
funkce: $x = x(t), y = y(t)$
 $x'(0) = ?, y'(0) = ?$
- $$x^2 + y^2 + z^2 = 2$$

$$x + y + z = 0$$

bod: $(x, y, z) = (1, 0, -1)$
funkce: $x = x(z), y = y(z)$
 $x'(-1) = ?, x''(-1) = ?$
- $$xyzt + yzt + zt = 3$$

$$x - y + z - t = 0$$

$$x^4 - x^2 + x = 1$$

bod: $(x, y, z, t) = (1, 1, 1, 1)$
- funkce: $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$
 $x''(1) = ?$
- $$\sin x + \cos y + \sin z + \cos t = 2$$

$$\cos x + \sin y + \cos z + \sin t = -2$$

$$\sin x + \sin y - \sin z + \sin t = 0$$

bod: $(x, y, z, t) = (\pi, 0, -\pi, 0)$
funkce: $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$
 $x'(0) = ?, y'(0) = ?$
- $$x + y + z - 3 \sin\left(\frac{1}{xyz}\right) = \frac{1}{\pi}$$

bod: $(x, y, z) = (1/\pi, 2, 1)$
funkce: $z = z(x, y)$
 $\nabla z(1/\pi, 2) = ?$
- $$\exp(\ln z - \cos z) - \frac{x}{1+y} = 0$$

bod: $(x, y, z) = (\pi, e - 1, \pi)$
funkce: $z = z(x, y)$
 $\nabla z(\pi, e - 1) = ?$

Ověřte předpoklady věty o inverzní funkci. Spočtete gradient inverzního zobrazení v daném bodě.

- $$u = x^2 + y^2$$

$$v = x^2 - y^2$$

$(x, y) = (-1, -2)$
 - $$x = r \cos u \sin v$$
- $y = r \sin u \cos v$
 $z = r \sin v$
 $(r, u, v) = (1, \pi/2, 0)$