

A. Spočítejte obsahy ploch:

1. 8. (válcové souřadnice)
2. $2\pi - 4$. (válcové souřadnice)
3. $\frac{\pi}{2}(\sqrt{10} - \frac{1}{3} \ln(-3 + \sqrt{10}))$.
4. $\frac{\pi}{3}(\sqrt{8} - 1)$.

B. Spočítejte délky křivek:

1. 5.
2. $\sqrt{2}$. (parametrizace $x = (t + t^2)/2$, $y = (t - t^2)/2$, $z = 2\sqrt{2}t^{3/2}/3$, $t \in [0, 1]$.)
3. $\sqrt{\frac{\pi}{4}}(1 + \frac{\pi}{6})$. (parametrizace $x = t \cos t^2$, $y = t \sin t^2$, $z = t^2$, $t \in [0, \sqrt{\frac{\pi}{4}}]$)
4. $\sqrt{3}$.

C. Spočítejte křivkové a plošné integrály 1. druhu.

1. $1/2 \pi (1 + 4 \pi^2)^{3/2} + 3/4 \sqrt{1 + 4 \pi^2} \pi - 3/8 \ln(-2 \pi + \sqrt{1 + 4 \pi^2})$.
2. $96/17$. (parametrizace $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, $t \in [0, \pi/2]$.)
3. $4\pi/5$. (parametrizace $\phi(t) = A \cos t + B \sin t$, kde A , B jsou kolmé "poloměry" dané kružnice.)
4. 0 (symetrie.) Integrand $|x| + |y| + |z|$ dává 6π .
5. $I_1 + I_2 + I_3 + I_4$, kde boky $I_1 = I_2 = 1 - \ln 2$, podstava $I_3 = \ln 2 - \frac{1}{2}$, střecha $I_4 = \sqrt{3}I_3$.
6. $\frac{25}{84} \sqrt{5} - \frac{1}{420}$.

D. Spočítejte křivkové a plošné integrály 2. druhu.

1. $-2/15$.
2. 0.
3. 0.
4. 4π .
5. 0.
6. 8π .

E. Pomocí Greenovy věty spočtete křivkové integrály:

1. $\pi/2$.
2. 0.
3. 0. (Na uzavřenou křivku se doplní úsečkou od $(0, 0)$ do $(a, 0)$. V originálním zadání je m místo mx ; pak vyjde $\pi ma^2/8$.)

F. Pomocí Stokesovy věty spočtete křivkové integrály:

1. $-\sqrt{3}\pi$. (rot $F = (-1, -1, -1)$.)
2. $1/3$. (což je integrál přes úsečku od $(1, 0, 0)$ do $(1, 0, 1)$, která uzavírá okraj plochy. – rot $F = (0, 0, 0)$.)
3. -3π .

G. Pomocí Gaussovy věty spočtete plošné integrály:

1. $12\pi/5$.
2. 1.
3. 3.
4. $2\pi^2 r^2 R$. (Povrch je $4\pi^2 r R$.)
5. $16a^3/45$.

H. Pomocí věty o potenciálu spočtete:

1. 8. (Přírutek potenciálu $U(x, y) = xy$.)
2. $-3/2$. (Přírutek potenciálu $U(x, y) = -y/x$.)
3. 2. (Přírutek potenciálu $U(x, y) = x \sin \frac{y}{x}$.)