Lemma: $(I-Q)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} Q^k$; pokud platí $\underbrace{\lim_{n\to\infty} Q^n = 0}$.

Značení: A, Q .. čtvercové matice I .. jednotková matice $\lambda \in \mathbb{C}$ číslo

---

Pozn.: je splněno, pokud $\|Q\|<1$; nebo pokud Q je nilpotentní: $\exists n\ \forall k \geq n\ \ Q^k = 0$.

---

dk. [Lemmatu]: $S_n := \sum_{k=0}^{n} Q^k$;

$$
\begin{aligned}
(I-Q)\cdot S_n &= (I-Q)\cdot(I+Q+\cdots+Q^n)\\
&= I + Q + \cdots + Q^n\\
&\quad - Q - Q^2 \cdots - Q^n - Q^{n+1}\\
&= I - Q^{n+1} \to I;\ n\to\infty
\end{aligned}
$$

$$\Rightarrow (I-Q)\left(\sum_{k=0}^{\infty} Q^k\right) = I,$$ tj. tvrz.

Důsledek: nechť $\|A\|<|\lambda|$ nebo A je nilpotentní.

Potom $(\lambda I - A)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^{-k-1} A^k$.

dk.: $(\lambda I - A)^{-1} = \left[\lambda\left(I - A/\lambda\right)\right]^{-1} = \lambda^{-1}\left(I - \frac{A}{\lambda}\right)^{-1}$

a užij Lemma s $Q = \frac{A}{\lambda}$