28. $\left(\frac{d}{dx}\right)^n f(t) = g(t)$; $\mathcal{L}$ + dosazení formálně poč. podm.:

$$y(0) = y'(0) = \dots = y^{(n-1)}(0) = 0.$$

$$p^n F = G \qquad F = \mathcal{L}[y]$$

$$F = \frac{1}{p^n} G \qquad G = \mathcal{L}[g]$$

vzoreček: $\mathcal{L}\left[\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}\right] = \frac{1}{p^n}$

$$\boxed{f(t) = \frac{t^{n-1}}{(n-1)!} * g = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^t (t-s)^{n-1} g(s)\, ds.}$$

Zkouška: potřebuji vzoreček *):

$$\frac{d}{dt} \int_0^t \varphi(t,s)\, ds = \varphi(t,t) + \int_0^t \frac{\partial}{\partial t} \varphi(t,s)\, ds;$$

odtud: $f'(t) = 0 + \frac{1}{(n-2)!} \int_0^t (t-s)^{n-2} g(s)\, ds$

$$\vdots$$

$$f^{(n-1)}(t) = \int_0^t g(s)\, ds$$

$$f^{(n)}(t) = g(t).$$

*) důkaz (udělat) na další straně.

Tvrzení: $F(t) := \int_0^t \varphi(t,s)\,ds$; kde $\varphi \in C^1$.

Potom $F'(t) = \varphi(t,t) + \int_0^t \frac{\partial}{\partial t}\varphi(t,s)\,ds$.

Dk.: $$\frac{1}{h}\left[F(t+h)-F(t)\right] = \frac{1}{h}\left[\int_t^{t+h}\varphi(t,s) - \int_0^t \varphi(t,s)\,ds\right] \to \varphi(t,t)$$

$$+ \frac{1}{h}\int_0^t\left[\varphi(t+h,s)-\varphi(t,s)\right]ds \to \int_0^t \frac{\partial}{\partial t}\varphi(t,s)\,ds$$

+ další spojité členy; např.

$$\frac{1}{h}\int_t^{t+h}\left[\varphi(t+h,s)-\varphi(t,s)\right]ds \to 0 \quad \text{zřejmě.}$$