

(31)

$$S_R = \{x \in \mathbb{R}^3; |x| = R\}; \quad (\text{SFÉRA})$$

$$V_{R,\delta} = \{x \in \mathbb{R}^3; R < |x| < R + \delta\} \quad (\text{VRSTVA})$$

$$= \lim_{\delta \rightarrow 0^+} \frac{1}{|V_{R,\delta}|} \int_{V_{R,\delta}} f \, dx \, dy \, dz = ??$$

publikované řešení: $|V_{R,\delta}| \doteq \delta \cdot \sigma_2(S_R) = \delta \cdot 4\pi R^2$

$$I(\delta) \doteq \frac{1}{4\pi R^2} \cdot \frac{1}{\delta} \int_R^{R+\delta} \left(\int_{\substack{\varphi \in (0, 2\pi) \\ \theta \in (0, \pi)}} f(r, \varphi, \theta) r^2 \cos \theta \, d\theta \, d\varphi \right) dr$$

$$I(\delta) = \frac{1}{4\pi R^2} \cdot \frac{1}{\delta} \int_R^{R+\delta} F(r) \, dr \rightarrow \frac{1}{4\pi R^2} \cdot F(R)$$

(derivace integrálu podle horní meze)

$$I(\delta) \rightarrow \iint_{\varphi, \theta} f(R, \varphi, \theta) R^2 \cos \theta \, d\theta \, d\varphi$$

$4\pi R^2$

-- to je definice plošného integrálu přes S_R ,
 (použito ve sférických souřadnicích)
 (normováno faktorem $4\pi R^2$)