

Příklady na 1. týden

Aplikace určitého integrálu

1. Nalezněte obsah oblasti ohraničené $xy = 4$, $x + y = 5$.
2. Nalezněte obsah oblasti ohraničené $y = \ln x$, $y = \ln^2 x$.
3. Nalezněte obsah elipsy s poloosami a , b .
4. Nalezněte obsah oblasti ohraničené kardioidou $r = a(1 + \cos \varphi)$, $a > 0$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.
5. Nalezněte obsah oblasti ohraničené lemniskátou $r = 4 \sin^2 \varphi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.
6. Nalezněte obsah oblasti ohraničené $x^4 + y^4 = x^2 + y^2$.
7. Odvoďte vztahy pro objem koule, kuželu, jehlanu.
8. Spočítejte objem tělesa vzniklého rotací oblouku kardioidy $r = a(1 + \cos \varphi)$, $\varphi \in (0, \pi)$ kolem osy x .
9. Spočítejte objem části tělesa $x^2 + 4y^2 \leq a^2$ ležícího mezi rovinami $z = 0$ a $y = z$.
10. Odvoďte vztah pro délku kružnice.
11. Spočítejte délku křivky $y = \arcsin x + \sqrt{1 - x^2}$, $x \in (-1, 1)$.
12. Spočítejte délku evolventy kruhu $x = a(\cos t + t \sin t)$, $y = a(\sin t - t \cos t)$, $t \in [0, 2\pi]$.
13. Odvoďte vzorec pro povrch koule.
14. Nalezněte povrch rotačního tělesa vzniklého rotací křivky $y = x^3$, $|x| \leq 1$ kolem osy x .
15. Nalezněte polohu těžiště homogenního čtvrtkruhu o poloměru r .
16. Nalezněte polohu těžiště poloviny homogenní asteroidy $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$, $t \in [0, \pi]$.