

DÚZ

TERMIN: pátek 30. 10.

10. Nalezněte  $\omega$ -limitní množiny pro systém

$$\begin{aligned}x' &= y - x^7(x^4 + 2y^2 - 10), \\y' &= -x^3 - 3y^5(x^4 + 2y^2 - 10).\end{aligned}$$

Návod:  $V = (x^4 + 2y^2 - 10)^2$ .

11. Ukažte, že počátek je globálně asymptoticky stabilní pro systém

$$x' = -y - x^3, \quad y' = x^5.$$

Návod:  $V = x^n + y^m$  pro vhodná sudá  $m, n$ .

13. Přejdem k polárním souřadnicím vyšetřete existenci periodických řešení pro systém

$$\begin{aligned}x' &= ax - y + xy^2, \\y' &= x + ay + y^3\end{aligned}$$

v závislosti na parametru  $a \in \mathbb{R}$ .

15. Nechť  $x_0$  je stacionární bod rovnice  $x' = f(x)$ , nechť  $A = \nabla f(x_0)$  má všechna vlastní čísla s kladnou reálnou částí. Potom  $x_0$  není v  $\omega$ -limitní množině žádného bodu (vyjma  $x_0$ ).

17. Ukažte, že systém

$$\begin{aligned}x' &= -y + x(1 - x^2 - 2y^2), \\y' &= x + y(1 - 2x^2 - y^2)\end{aligned}$$

má periodické řešení.