A - ROVNICE SE SEPAROVANÝMI PROMĚNNÝMI.

A1. $y = c\exp(x\,\mathrm{sgn}\,(c))$, $x \in R$.

A2. $y_1 = 1$, $x \in R$. $y_2 = -1$, $x \in R$. $y_3 = (1 - c\exp 2x)/(1 + c\exp 2x)$, kde $x \in R$ (pro $c > 0$), $x \in (-\infty, -\ln(-c)/2)$ a $x \in (-\ln(-c)/2, +\infty)$ (pro $c < 0$).

A3. $y_1 = 0$, $x \in R$. $y_2 = (x + c)^{3/2}$, $x > -c$. $y_3 = -(x + c)^{3/2}$, $x > -c$. Lze napojit v $y = 0$.

A4. $y_1 = 1$, $x \in R$. $y_2 = -1$, $x \in R$. $y_3 = \sin(x + c)$, $x \in (-\pi/2 - c, \pi/2 - c)$. Lze napojit v $y = \pm 1$.

A5. $y_1 = 0$, $x \in R$. $y_2 = c\sqrt[4]{|x/(4 - x)|}$, kde $c \neq 0$ a $x \in (-\infty, 0)$, $x \in (0, 4)$, $x \in (4, +\infty)$.

A6. $y_1 = 0$, $x \in R$. $y_2 = 1/(x^3 + c)$, $x \in (-\infty, -\sqrt[3]{c})$ a $x \in (\sqrt[3]{c}, +\infty)$.

A7. $y_1 = \pi/2 + k\pi$, $x \in R$, kde $k \in Z$. $y_2 = \mathrm{arctg}(\mathrm{arctg}\, x + c) + k\pi$, $x \in R$, kde $k \in Z$.

A8. $y_1 = 1$, $x \in R$. $y_2 = \exp(c\,\mathrm{tg}\,(x/2))$, $x \in (-\pi + 2k\pi, \pi + 2k\pi)$, kde $c \neq 0$, $k \in Z$

A9. $y_1 = 0$, $x \in R$. $y_2 = (x/3 + c)^3$, $x \in R$. Lze napojit v $y = 0$.

A10. $y = \ln(c - \exp(-x))$, kde $x \in R$ pro $c \leq 0$ a $x \in (-\ln c, +\infty)$ pro $c > 0$.

A11. $y = \pm\sqrt{1 + c/(x^2 - 1)}$, kde pro $c < 0$: $x \in (-\infty, -\sqrt{1 - d})$, $x \in (-1, 1)$ a $x \in (\sqrt{1 - d}, +\infty)$; pro $c > 0$: $x \in (-\infty, -1)$, $x \in (1, +\infty)$ a pro $c \in (0, 1)$ navíc $x \in (-\sqrt{1 - d}, \sqrt{1 - d})$.

A12. $y_1 = 0$, $x \in R$. $y_2 = (\exp x + c)^3$, $x \in R$. Lze napojit v $y = 0$.

B - HOMOGENNÍ ROVNICE

Substitucí $y(x) = xz(x)$ přejde na rci se separovanými proměnnými (pro novou neznámou funkci $z = z(x)$).

B1. $y_1 = 0$; $y_2 = x$; $y_{3,4} = (2c)^{-1}(1 \pm \sqrt{1 + 4c^2x^2})$, $c \neq 0$.

B2. $y_1 = 0$; $y_2 = xz$, kde z je dáno rcí $e^z = cxz$, $c \neq 0$.

B3. $y = 0$; $y = 1$; $y = \frac{cx^3}{cx^2 - 1}$, $c \neq 0$. Lze napojit v bodě $x = 0$.

B4. $y = 0$; $y = xz$, kde z splňuje $\ln|z| - 2\,\mathrm{arctg}\, z = c + \ln|x|$.

B5. $y = xz$, kde z splňuje $\ln\sqrt{z^2 + 1} + \mathrm{arctg}\, z = c - \ln|x|$.

C - LINEÁRNÍ ROVNICE

Rovnice tvaru $y' + a(x)y = b(x)$. *Vynásobení funkcí* $\exp A(x)$, *kde* $A(x) = \int a(x)\,dx$ *("integrační faktor") přejde na* $[y \exp A]' = b \exp A$.

C1. $y = e^{-x}(c - \cos x)$; i.f. e^x.

C2. $y = c\exp(-1/x) + 1 - 1/x$; i.f. $\exp(1/x)$.

C3. $y = x^{-1}(ce^{-x} + e^x/2)$; i.f. xe^x.

C4. (a) ($\alpha \neq -\beta$) $y = ce^{-\alpha x} + (\alpha + \beta)^{-1}e^{\beta x}$; i.f. $e^{\alpha x}$. (b) ($\alpha = -\beta$) $y = e^{-\alpha x}(c + x)$.

C5. $y = (\sqrt{x^2+1})^{-1}[c + \ln\sqrt{\frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+1}+1}}]$; i.f. $\sqrt{x^2+1}$.

D - BERNOULLIHO ROVNICE

Rovnice tvaru $y' + a(x)y = b(x)y^\alpha$, $\alpha \neq 0, 1$. *Násobením* $(1-\alpha)y^{-\alpha}$ *přejde na lineární rovnici* $z' + (1-\alpha)az = (1-\alpha)b$ *pro novou neznámou funkci* $z = y^{1-\alpha}$. *Pozor, někdy ze substituce plyne, že hledáme jenom kladná z!*

D1. $y = x^4(c + \ln\sqrt{|x|})^2$, (subs. $z = \sqrt{y}$ ... jen kladná z, odtud: řešení platí jen tehdy, je-li vnitřek závorky kladný!

D2. $y = \pm\sqrt{(x^2-1) + c\sqrt{|x^2-1|}}$, (subs. $z = y^2$).

D3. $y = 0$; $y = \frac{2}{x(2c - \ln|x|)}$, (subs. $z = 1/y$).

D4. $y = \pm\sqrt{x(c - \ln|x|)}$, (subs. $z = y^2$).