

Veta E. Funkce $\exp(x)$, definovaná jako funkce inverzní k funkci $\ln(x)$, má tyto vlastnosti:

1. $\exp(x)$ je definována v \mathbb{R} a je tam spojitá, rostoucí a kladná,
2. $\exp(x + y) = \exp(x) \exp(y)$ pro všechna $x, y \in \mathbb{R}$,
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\exp(x) - 1}{x} = 1$.

Důkaz: všechny vlastnosti $\exp(x)$ plynou z vlastností $\ln(x)$ a z toho, že jde o funkce vzájemně inverzní.

- $\exp(x)$ je rostoucí, neboť $\ln(x)$ je rostoucí
- $\exp(x)$ nabývá kladných hodnot, neboť $\ln(x)$ je definována v $(0, \infty)$
- $\exp(x)$ je definována v \mathbb{R} - plyne z toho, že oborem hodnot funkce $\ln(x)$ je \mathbb{R} , jak dokážeme později. Podobně uvidíme, že spojitost $\exp(x)$ plyne ze spojitosti $\ln(x)$.
- vlastnost 2 plyne z vlastnosti 1 funkce $\ln(x)$, Veta D.
- limita sub 3 plyne ze základní limity pro $\ln(x)$ (vlastnost 2 ve Vete D), a ze spojitosti funkce $\exp(x)$.

Funkce $\exp(x)$ má tyto další vlastnosti (dokážte sami):

- $\exp(0) = 1$
- $\exp(-x) = 1/\exp(x)$ pro každé $x \in \mathbb{R}$
- $\exp(nx) = [\exp(x)]^n$ pro každé $x \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \exp(x) = \infty$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \exp(x) = 0$