Matematika pro fyziky I

(požadavky ke zkoušce za ZS 2003/04)

Definice a pojmy.

- lokální/globální extrém funkce vůči množině
- matice, forma: pozitivně/negativně (semi)definitní, indefinitní
- sedlový bod
- funkce třídy C^k na obecném intervalu
- shlazovací funkce
- Gateauxův a Frechetův diferenciál funkcionálu
- Euler-Lagrangeova rovnice funkcionálu
- extremála funkcionálu
- Jacobiho rovnice, konjugovaný bod
- bodová a (lokálně) stejnoměrná konvergence funkcí
- bodová a (lokálně) (absolutně) stejnoměrná konvergence řad funkcí
- stejně omezené funkce
- rovnice ve tvaru totálního diferenciálu, exaktní rovnice
- Eulerova rovnice
- potenční množina, de Morganovy vzorce, σ-algebra, míra
- Lebesgueova (vnější) míra v R
- Carathéodoryho definice měřitelnosti
- pojem "skoro všude"
- jednoduchá funkce, měřitelná funkce a její zobecnění
- Lebesgueův integrál v R, existence/konvergence
- poznámka o hlavní hodnotě integrálu
- difeomorfismus, jakobián
- unitární matice

Věty a odvození.

- existence extrémů pro omezenou, uzavřenou množinu v R^n
- nutná podmínka extrému uvnitř
- postačující podmínky na lokální extrém
- postačující podmínka na globální minimum v R^n
- omezenost parciálních derivací implikuje spojitost
- slabá formulace diferenciální rovnice
- odvození Euler-Lagrangeovy rovnice funkcionálu
- zjednodušení E.L. rovnice ve speciálních případech
- věta o sigma-en
- B.C. podmínka stejnoměrné konvergence posloupnosti
- zachování spojitosti při lokálně stejnoměrné konvergenci
- záměna limity a integrálu při stejnoměrné konvergenci
- charakterizace lokálně stejnoměrné konvergence
- integrování posloupnosti funkcí člen po členu
- nutná podmínka stejnoměrné konvergence řady
- B.C. podmínka stejnoměrné konvergence řady
- absolutně stejnoměrná konvergence implikuje stejnoměrnou konvergenci
- Weierstrassova věta

- Leibnizovo, Abelovo, Dirichletovo kritérium stejnoměrné konvergence
- zachování spojitosti při lokálně stejnoměrné konvergenci řady
- převedení rovnice ve tvaru totálního diferenciálu na ODR
- nalezení fundamentálního systému pro Eulerovu rovnici
- základní vlastnosti míry
- lemma o pokrytí intervalu v R
- vlastnosti Lebesgueovy vnější míry v R
- vlastnosti Lebesgueovy míry v R
- základní vlastnosti měřitelných funkcí
- vztah mezi jednoduchými a měřitelnými funkcemi
- aditivita integrálu pro nezáporné měřitelné funkce
- vlastnosti Lebesgueovsky integrovatelných funkcí
- Lebesgueova věta
- Leviho a Lebesgueova věta pro řady
- Gamma funkce, základní vlastnosti
- objem koule v R^n
- lemma o rozkladu lineárního zobrazení
- vnější míra množiny při lineárním zobrazení

Těžké věty.

- věta o Lagrangeových multiplikátorech - jedna vazba
- věta o implicitních funkcích - jedna vazba
- Euler-Lagrangeova rovnice funkcionálu
- Moore-Osgoodova věta
- lemma o konečném podpokrytí
- Diniho věta
- derivování posloupnosti funkcí člen po členu
- lokální existence a jednoznačnost řešení pro rovnici $y' = f(x, y)$
- zavedení Lebesgueovy míry v R
- konstrukce neměřitelné množiny
- Leviho věta
- spojitost integrálu podle parametru
- derivace integrálu podle parametru
- vztah mezi Lebesgueovým a Newtonovým integrálem

Věty bez důkazu.

- Lagrangeovy multiplikátory - více vazeb
- Lagrangeovy multiplikátory v nekonečné dimenzi
- věta o implicitních funkcích - více vazeb
- věta o inverzní funkci
- Jacobiho věta
- zavedení Lebesgueovy míry a integrálu v R^n
- Fubiniho věta
- věta o substituci