

1. Ukažte, že $\Phi(y) > 0$, přitom $\Phi(y_n) \rightarrow 0$, kde $y_n = \arctg(nx)/\arctg(n)$.
Při výpočtu $\Phi(y_n)$ použijte substituci $u = nx$.
2. Tzv. úloha o brachystochroně, viz Kopáček II.
3. Rovnice s multiplikátorem má tvar

$$\sqrt{1 + [y']^2} - \left(\frac{(y - \lambda)y'}{\sqrt{1 + [y']^2}} \right)' = 0,$$

což lze analogicky k úloze o minimální rotační ploše zjednodušit na

$$\frac{y - \lambda}{\sqrt{1 + [y']^2}} = K.$$

Řešením je hyperbolický kosinus.

- 5a. $y(x) = x + \ln x / \ln 3$ - globální minimum.
- 5b. $y(x) = 1/x$ - globální minimum.
- 5c. $y(x) = \ln \sin x$ - globální maximum.
- 5d. nemá extrém.
- 5e. nemá extrém.
- 5f. každý bod je extrém.
- 6a. $y = ax$ je lok. max./min. pro $a < 0/a > 0$.
- 6b. $y = x$ je lok. min.
- 6c. $y = \ln x$ je lok. min.
- 6d. $y = 2\sqrt{x}$ je lok. min.
- 6e. $y = \exp x$ je lok. min.
- 6f. $y = \exp x$ je lok. min.