

CVIČENÍ NA KOMPLEXNÍ ČÍSLA.

A. Dokažte:

1.

$$\operatorname{Re}(z \pm w) = \operatorname{Re} z \pm \operatorname{Re} w$$

$$\operatorname{Im}(z \pm w) = \operatorname{Im} z \pm \operatorname{Im} w$$

2.

$$\overline{z \pm w} = \bar{z} \pm \bar{w}$$

$$\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$$

$$\overline{1/z} = 1/\bar{z}$$

3.

$$|z + w| \leq |z| + |w|$$

$$|z + w| \geq |z| - |w|$$

$$|z \cdot w| = |z| \cdot |w|$$

4.

$$z + \bar{z} = 2 \operatorname{Re} z$$

$$z - \bar{z} = 2i \operatorname{Im} z$$

B. U funkcí $f(z) : C \rightarrow C$ zkoumejte: sudost, lichost, periodicitu, obor hodnot. Na co se zobrazí svislé/vodorovné přímky v C ?

1. $f(z) = \exp z$

2. $f(z) = \sin z$ (návod: $\sin(x + iy) = \sin x \cosh y + i \cos x \sinh y$)

3. $f(z) = \cos z$

4. $f(z) = 1/z$

C. Pomocí Cauchy-Riemannových podmínek vyšetřete holomorfnost funkcí:

1. $f(z) = z$

2. $f(z) = \sin z$

3. $f(z) = \bar{z}$

4. $f(z) = \operatorname{Re} z$

5. $f(z) = 1/z^2$

D. Najděte obecné mocniny:

1. $m_{1/n}(1)$, kde $n \in N$

2. $m_i(i)$

3. $m_{\sqrt{2}}(-1)$