

A. Rozviňte do Taylorovy řady o daném středu:

1. $f(z) = \cosh^2 z, z = 0$
2. $f(z) = \sin^2 z, z = 0$
3. $f(z) = \frac{1}{az+b}, z = 0, b \neq 0$
4. $f(z) = \frac{z}{z^2-2z+5}, z = 1$
5. $f(z) = \sin(2z - z^2), z = 1$
6. * $f(z) = \exp z \sin z, z = 0$
7. * $f(z) = \exp\left(\frac{z}{1-z}\right), z = 0$

B. Rozviňte do Laurentovy řady o daném středu:

1. $f(z) = \frac{1}{(z-a)(z-b)}, z = a$
2. $f(z) = \frac{1}{(z^2+1)^2}, z = i$
3. $f(z) = (z+1)^2 \exp(1/z), z = 0$
4. $f(z) = z^2 \sin\left(\frac{1}{z-1}\right), z = 1$
5. * $f(z) = \sin z \sin(1/z), z = 0$
6. * $f(z) = \exp(z + 1/z), z = 0$

U příkladů * stačí nalézt část řady.

C. Spočtěte křivkové integrály:

1. $\int_C |z| dz$, C je úsečka spojující body 0 a $2 + i$.
2. $\int_C \Re(z)\Im(z) dz$, C je křivka $\{|z| = \sqrt{2}\} \cap \{\Re(z) \leq 0\} \cap \{\Im(z) \leq 0\}$
3. $\int_C z/\bar{z} dz$, C je křivka $\{|z| = \sqrt{3}\} \cap \{\Im(z) \leq 0\}$
4. $\int_C 1/z dz$, C je trojúhelník s vrcholy 1, 2 a i

D. Spočtěte integrály:

- | | |
|---|--|
| 1. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x dx}{(x^2+4x+13)^2}$ | $\int_0^{+\infty} \frac{x^2+1}{x^4+1} dx$ |
| 2. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)}$ | $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^n}$ |
| 3. $\int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{(x^2+a^2)^3} dx$ | $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x^3+5x)\sin x}{x^4+10x^2+9} dx$ |
| 4. $\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{(x^2+a^2)^2} dx$ | $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-1)\cos x}{x^2-4x+5}$ |
| 5. $\int_0^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1-a \sin^2 x} dx$, $a \in (0, 1)$ | $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(a+b \cos^2 x)^2}$, $a, b > 0$ |
| 6. $\int_0^{\pi} \frac{\cos^4 x}{1+\sin^2 x} dx$ | $\int_0^{\pi} \frac{\sin(kx)}{\sin x} dx$, $k \in \mathbb{N}$ |

Integrály, které (v Lebesgueově smyslu) nekonvergují, chápejte jako Newtonovy.