DERIVOVÁNÍ PODLE POČÁTEČNÍCH PODMÍNEK, PARAMETRŮ

1. Nechť $y = \phi(x, x_0, y_0)$ je řešení úlohy $y' = f(x, y)$ s počáteční podmínkou $y(x_0) = 0$. Najděte $\frac{\partial}{\partial y_0}\phi(x, 0, 0)$, pokud

   (a) $f = 2y + x^2y^2 - y^3$
   (b) $f = y + 2xy^2 + y^3$
   (c) $f = \sin(-2y) + 2x^2y^2 + y^3$
   (d) $f = \ln(1 - y) - y^2 - x^2y^2$

2. Nechť $y = \phi(x, \lambda)$ je řešení úlohy $y' = f(x, y, \lambda)$ s počáteční podmínkou $y(0) = 0$. Najděte $\frac{\partial}{\partial \lambda}\phi(x, 0)$, pokud

   (a) $f = x + y + \lambda$
   (b) $f = y + \lambda(x^2 + y^2)$
   (c) $f = -y + \lambda(x + y^2)$
   (d) $f = 2xy + \lambda(y^4 + 2x)$
   (e) $f = -3y + \lambda(y^2 - x)$
   (f) $f(x, y, \lambda) = y - y^2 + \lambda(x + y^3)$

3. Nechť $y = \phi(x, \lambda)$ řeší úlohu $y' = y + \sin y$, $y(0) = \lambda$. Najděte $\frac{\partial}{\partial \lambda}\phi(x, 0)$ a $\frac{\partial^2}{\partial \lambda^2}\phi(x, 0)$.

4. Nechť $y = \phi(x, \lambda)$ řeší úlohu $y' = \lambda(1 - x) + y - y^2$, $y(0) = 0$. Najděte $\frac{\partial}{\partial \lambda}\phi(x, 0)$ a $\frac{\partial^2}{\partial \lambda^2}\phi(x, 0)$.

5. Nechť $y = \phi(x, a, b)$ řeší úlohu $y'' = ay - y^2$, $y(0) = 1$, $y'(0) = b$. Najděte $\frac{\partial}{\partial a}\phi(x, 1, 0)$, $\frac{\partial}{\partial b}\phi(x, 1, 0)$.

6. Nechť $y = \phi(x, a, b)$ řeší úlohu $y'' = y + 3\sin y$, $y(0) = a$, $y'(0) = b$. Najděte $\frac{\partial}{\partial a}\phi(x, 0, 0)$, $\frac{\partial}{\partial b}\phi(x, 0, 0)$.

7. S chybou $O(x, \lambda^2)$ řešte úlohu $y' = f(x, y, \lambda)$ s počáteční podmínkou $y(0) = 0$, pokud

   (a) $f = 2xy + \lambda(2x + y^2)$
   (b) $f = y^2 + y + \lambda(1 + x)$
   (c) $f = -y^2 + y + \lambda x$
   (d) $f = -2xy + \lambda(y^2 - 2x)$