1. Najděte rovnice s obecným řešením $y = y(x)$

   (a) $y = cx^2 - x$
   (b) $y = (x-c)^2$
   (c) $cx = \sin cy$
   (d) $y = 1/(x-c_1) + 1/(x-c_2)$
   (e) $(x-c_1)^2 + (y-c_2)^2 = 1$
   (f) $y = (1+cx)/(2cx^2+x)$
   (g) $(y+c_1)^3 = (x+c_2)^2$
   (h) $x^2 + 2c_1xy + c_2y^2 = 1$

2. * Rozhodnete o pravdivosti nasledujiciho tvrzeni: Nechť $f : R \to R$ je spojitá funkce. Pak každé řešení rovnice $y' = f(y)$ je monotónní.

3. Nechť $f = f(x, y)$ je spojitá funkce, která je 1-periodická v x a rostoucí v y. Pak rovnice $y' = f(x, y)$ má nejvýše jedno 1-periodické řešení.

4. Na základě elementárních úvah (tj. aniž byste dané rovnice řešili), načtrněte co nejkvalifikovaněji průběhy řešení rovnic:

   (a) $y' = 1 - y^3$
   (b) $y' = xy(y-2)$
   (c) $y' = x^2(y+1)$
   (d) $y' = (y-1)/(x-1)$
   (e) $y' = x(y+1)$
   (f) $y' = y/x + x^2$
   (g) $y' = 2xy - 2$
   (h) $y' = x^2 + y^2 - 1$

5. Nechť $f(-x,-y) = f(x,y)$. Je-li $\phi(x)$ řešení rovnice $y' = f(x,y)$, je $-\phi(-x)$ řešení téže rovnice. Zformulujte analogická tvrzení pro případ $f(x,-y) = -f(x,y)$ resp. $f(-x,y) = -f(x,y)$.

6. Nechť $f : R \to R$ je dána. Je-li $\phi(x)$ řešení rovnice $y' = f(y)$ takové, že $\phi(x) \to y_0$ pro $x \to \infty$, a funkce f je spojitá v bodě y_0, je nutně $f(y_0) = 0$.

   Rozmyslete si, že platí i vektorový případ, tj. pro $f : R^n \to R^n$ a $y' = f(y)$ je soustava n rovnic pro n funkcí.