Cvičení 2, Trajektorie a proudnice

10. října 2022

Příklad 1.
Uvažujte proudění popsané v lagrangeovském popisu pomocí vztahů

$$x = Xe^{\alpha t}, \quad y = Ye^{-\alpha t}, \quad z = Z,$$

kde X, Y a Z udávají počáteční polohu dané částice tekutiny a $\alpha > 0$.

- Nalezněte trajektorie proudění.
- Nalezněte a nakreslete proudnice.
- Rozhodněte, zda se jedná o stacionární proudění.
- Uvažujte koncentraci znečišťující látky $c(x, y, t) = \beta x^2 y e^{-\alpha t}$. Mění se tato koncentrace pro danou částici tekutiny v čase?
- Vypočítejte zrychlení tekutiny ve směru x v eulerovském a lagrangeovském popisu.

Příklad 2.
Uvažujte nestacionární proudění

$$u = u_0, \quad v = kt, \quad , w = 0,$$

kde u_0 a k jsou kladné konstanty. Vypočítejte, jak vypadají proudnice tohoto proudění. Dále nalezněte jeho trajektorie.

Příklad 3.
Inerční oscilace je speciální typ pohybu vzduchu v atmosféře, ve kterém je setrvačnost tekutiny zcela vyvážena Coriolisovou sílou.
a) Takové proudění je v eulerovském popisu určeno rovnicemi

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = 0,$$
$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = 0,$$

kde f je Coriolisův parametr, v tomto případě považovaný za konstantní. Určete periodu oscilací.
b) Lagrangeovsky se dá (mimo rovníkovou oblast) psát rovnice pro pohyb vzduchové částice

$$-K_H|\mathbf{u}|\mathbf{u} \times \mathbf{k} = f\mathbf{u} \times \mathbf{k},$$

kde K_H je horizontální křivost pohybu a $\mathbf{k}$ vektor mířící vzhůru ve směru osy z, popisující rovnost odstředivé síly vznikající v důsledku horizontálního zakřivení proudnic a Coriolisovy síly. Jak vypadá tento pohyb ve středních zeměpisných šířkách ($f \approx 10^{-4}$ s^{-1}) s rychlostí proudění 10 m/s, pokud se Coriolisův parametr nemění? Jak se trajektorie změní, když budeme uvažovat závislost Coriolisova parametru na zeměpisné šířce $f = 2\Omega \sin(\varphi)$ (Ω je úhlová frekvence otáčení Země)?