

Příklady na 6. týden

Lineární rovnice s konstantními koeficienty

Nalezněte obecná řešení rovnic

1.

$$y^{III} - 3y'' + 3y' - y = 0$$

2.

$$y'' - 2y' - 3y = e^{4x}$$

3.

$$y'' - y = 2e^x - x^2$$

4.

$$y'' - 3y' + 2y = \sin x$$

5.

$$y'' + 4y' - 5y = 2e^x \sin^2 x$$

6.

$$y'' - 2y' + y = 2xe^x + e^x \sin 2x$$

7.

$$y^{IV} - 5y'' + 4y = \sin x \cos 2x$$

8.

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$$

9.

$$y'' + 4y = 2\operatorname{tg} x$$

10.

$$x^2 y^{III} = 2y'$$

11.

$$x^2 y'' + xy' + 4y = 10x$$

Limita a spojitost funkcí více proměnných

Spočtěte následující limity

12. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^2 + y^2)x^2y^2$

13. $\lim_{\|(x,y)\| \rightarrow \infty} \frac{x+y}{x^2-xy+y^2}$

14. $\lim_{\|(x,y)\| \rightarrow \infty} \frac{x^2+y^2}{x^4+y^4}$

15. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,a)} \frac{\sin xy}{x}$

16. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^6+y^6}{x^2-y^2}$

17. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy}{x^2+y^2}$

18. Ukažte, že pro funkci

$$f(x, y) = \frac{x^2y^2}{x^2y^2 + (x - y)^2}$$

platí

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\lim_{y \rightarrow 0} f(x, y)) = \lim_{y \rightarrow 0} (\lim_{x \rightarrow 0} f(x, y)) = 0,$$

ale

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$$

neexistuje.

19. Ukažte, že pro funkci

$$f(x, y) = (x + y) \sin \frac{1}{x} \sin \frac{1}{y}$$

limity

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\lim_{y \rightarrow 0} f(x, y)) \text{ a } \lim_{y \rightarrow 0} (\lim_{x \rightarrow 0} f(x, y))$$

neexistují, ale

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = 0.$$