

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale přesně odůvodněte. Pokud používáte nějaké tvrzení, nezapomeňte ověřit splnění předpokladů.

Uvažujte diferenciální rovnici

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \varepsilon \frac{dy}{dx} = 2x + 1 \quad (1)$$

na intervalu $I = (0, 1)$ s okrajovými podmínkami

$$\begin{aligned} y|_{x=0} &= 0, \\ y|_{x=1} &= 3. \end{aligned}$$

1. Vyřešte rovnici (1) numericky a vykreslete průběh řešení pro různé hodnoty parametru ε , například $\varepsilon \in \{0, 0.001, 0.01, 0.1\}$.

2. Označte $y_\varepsilon(x)$ řešení rovnice (1) pro danou hodnotu parametru ε . Lze očekávat, že $y_\varepsilon \xrightarrow{I} y_0$ pro $\varepsilon \rightarrow 0+$? Lze očekávat, že $\int_I |y_\varepsilon - y_0| dx \rightarrow 0+$ pro $\varepsilon \rightarrow 0+$?

Uvažujte diferenciální rovnici

$$\varepsilon \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 2x + 1 \quad (2)$$

na intervalu $I = (0, 1)$ s okrajovými podmínkami

$$\begin{aligned} y|_{x=0} &= 0, \\ y|_{x=1} &= 3. \end{aligned}$$

1. Vyřešte rovnici (2) numericky a vykreslete průběh řešení pro různé hodnoty parametru ε , například $\varepsilon \in \{0, 0.001, 0.01, 0.1\}$.

2. Označte $y_\varepsilon(x)$ řešení rovnice (2) pro danou hodnotu parametru ε . Lze očekávat, že $y_\varepsilon \xrightarrow{I} y_0$ pro $\varepsilon \rightarrow 0+$? Lze očekávat, že $\int_I |y_\varepsilon - y_0| dx \rightarrow 0+$ pro $\varepsilon \rightarrow 0+$?