

1. Uvažujte¹ funkci $f : x \in \mathbb{R} \mapsto f(x) \in \mathbb{R}$, která je dána předpisem

$$f(x) =_{\text{def}} e^x.$$

Najděte $\frac{df}{dx}$, a napište rovnici pro tečnu ke grafu funkce f v bodě x_0 .

2. Uvažujte funkci $f : \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mapsto f(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}$, která je dána předpisem

$$f(\mathbf{x}) =_{\text{def}} e^x + e^y,$$

kde používáme značení $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$. Najděte Gâteaux derivaci funkce f v bodě \mathbf{x}_0 ve směru \mathbf{h} , to jest $D_x f(\mathbf{x})|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0}[\mathbf{h}]$, neboli $\delta f(\mathbf{x}_0; \mathbf{h})$. Napište rovnici pro tečnou rovinu ke grafu funkce f v bodě \mathbf{x}_0 .

3. Uvažujte funkci $\mathbf{f} : \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbf{f}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^2$, která je dána předpisem

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) =_{\text{def}} \begin{bmatrix} e^x + e^y \\ x \end{bmatrix}$$

kde používáme značení $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$. Najděte Gâteaux derivaci funkce \mathbf{f} v bodě \mathbf{x}_0 ve směru \mathbf{h} , to jest $D_x \mathbf{f}(\mathbf{x})|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0}[\mathbf{h}]$, neboli $\delta \mathbf{f}(\mathbf{x}_0; \mathbf{h})$.

¹Omlouvám se za primitivní první příklad.