1. Ukažte, že platí

$$\lim_{n\to+\infty} \int_0^{+\infty} \frac{1}{\left(1+\frac{x}{n}\right)^n \sqrt[n]{x}} \,\mathrm{d}x = 1.$$

Návod: Použijte Lebesgue větu, integrovatelnou majorantu hledejte zvlášť v blízkosti nuly a v blízkosti nekonečna.

Nechť platí:

- Posloupnost $\{f_n\}_{n=1}^{+\infty}$ je posloupnost lebesgueovsky integrovatelných funkcí na množině M.
- Posloupnost $\{f_n\}_{n=1}^{+\infty}$ konverguje pro skoro všechna $x \in M$ k funkci f, aneb pro skoro všechna $x \in M$ platí $\lim_{n\to+\infty} f_n(x) = f(x)$.
- Existuje lebesgueovsky integrovatelná funkce g, taková, že pro skoro všechna $x \in M$ platí $|f(x)| \leq g(x)$.

Pak platí:

- Funkce f lebesgueovsky integrovatelná funkce na množině M.
- Lze zaměnit limitu a integrál,

$$\lim_{n\to+\infty} \int_M f_n(x)\,\mathrm{d}x = \int_M \lim_{n\to+\infty} f_n(x)\,\mathrm{d}x = \int_M f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Funkce g se nazývá integrovatelná majoranta funkce f.