

Informace a požadavky ke zkoušce z MA2 (NMTM102)

Obecné informace

Zkouška bude probíhat velmi podobným způsobem jako v zimním semestru, tj. bude převážně písemná (viz níže). Po písemce bude tentokrát povinná ústní část pro všechny. Termín ústní části zkoušky bude obvykle hned druhý den, ve výjimečných případech ale můžeme domluvit individuálně.

Oprava známky: Pokud by někdo u zkoušky prospěl, ale nebyl spokojen se svou známkou, můžeme se domluvit na nezávazné možnosti opravy. To znamená, že můžete bez rizika přijít na zkoušku ještě jednou, budu ale očekávat projevenou snahu. V případě lepšího výsledku Vám známku v SISu změním (bez uplatnění dalšího pokusu).

Náhledy písemek: Důležitou součástí Vašeho studia může být také podívat se na svou opravenou písemku a ujasnit si, kde jste dělali chyby. Ideální čas na náhled písemky je hned druhý den po zkoušce, při ústním zkoušení (může se stát, že vás nechám chvíli čekat, ale k dispozici budu). Pokud budete chtít dorazit v jiný čas, samozřejmě se můžeme domluvit e-mailem (ideálně celá skupinka, abych se nedomlouval s každým zvlášť).

Písemná část zkoušky bude sestávat z části početní (90 minut) a teoretické (70 minut); mezi oběma částmi bude zhruba čtvrt hodinová pauza. Hodnocení bude založeno na obvyklém bodovém systému s tím, že maximální součet bodů z obou částí bude $50 + 50 = 100$ bodů. K úspěšnému napsání písemky bude nutné získat stanovený minimální počet bodů v obou částech a také stanovený minimální součet z obou částí (například minimálně 16 z početní i teoretické části a nejméně 42 bodů celkem). Není tedy možné zkouškou složit jen na základě excelentního počtářství nebo excelentní znalosti teorie - do jisté míry bude potřeba obojí. Stejně jako v ZS bude takřka nemožné získat lepší známku než „dobře“ bez znalosti důkazů.

Pravidla písemky jsou velmi jednoduchá: „pouze tužku a papír“. Podrobněji: není dovolena žádná elektronika (ani „hloupá“ jako třeba obyčejná kalkulačka), poznámky ani tabulky vzorců apod.

Ústní část: Bodové hranice v písemce je třeba chápat spíše jako orientační nutné podmínky, které stanoví rozmezí známek, z něž se bude vybírat na ústní části. Při ústní části se obvykle ptám hlavně na nejasnosti z písemky (ovšem mohu se ptát i na cokoli jiného z požadavků). Na základě zkušeností z poslední doby raději ještě poznamenávám, že při ústní části budete hodně psát, a je tedy dobrý nápad vzít si vlastní psací potřeby.

Počtení část – požadavky

Bude se testovat zvládnutí početních metod vesměs probraných na cvičení. Počtení část tedy bude obsahovat vcelku standardní početní úlohy na následující témata.

- Taylorův polynom (TP): nalezení TP pro danou funkci, výpočty limit s pomocí TP, znalost práce se symbolem „malé o “, zejména v limitách.
- Neurčitý integrál – primitivní funkce. Konkrétní početní metody:
 - tabulkové integrály
 - lineární substituce (např. $\int \cos(7x+3) dx \stackrel{c}{=} \frac{1}{7} \sin(7x+3)$ apod.)
 - Per partes (včetně triku „ $1 \cdot f(x)$ “)
 - 1. Věta o substituci
 - 2. Věta o substituci (jen s nápovědou)
 - rozklad racionální funkce na parciální zlomky, hledání „neurčitých koeficientů“ pomocí dosazování nebo porovnávání koeficientů (popř. kombinací obojího)¹
 - integrál tvaru $\int \frac{dx}{ax^2+bx+c}$, kde jmenovatel nemá kořeny v \mathbb{R}
 - zlomky, kde „čitatel je derivace jmenovatele“
 - goniometrické substituce
 $y = \cos x, \sin x, \operatorname{tg} x, \operatorname{tg} \frac{x}{2}$
 - substituce odmocniny tvaru $\sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}$
 - Eulerova substituce
 $\sqrt{ax^2+bx+c} = y + \sqrt{a} \cdot x$
- Určitý integrál: výpočet pomocí Newtonovy-Leibnizovy formule, aplikace na výpočet objemu rotačního tělesa, délky křivky a průměrné hodnoty funkce.

Teoretická část – požadavky

Tato část písemky bude testovat především (ale ne výhradně) vaši znalost látky probrané na přednášce. Struktura bude stejná jako v ZS: budou zadány čtyři úlohy, z nichž každá může mít několik částí. V Úloze A budete psát pouze znění definic a vět. Úloha B bude požadovat formulaci a důkaz jednodušších vět, Úloha D těžších vět. Speciální postavení má Úloha C, kde se mohou objevit jednoduché úlohy na přemýšlení založené na probraných věcech. (Mohou to být otázky typu „rozhodněte o pravdivosti tvrzení“, nebo jednoduché důkazy, případně i poněkud teoretičtější početní úlohy s návodem a podobně.)

Vycházíme ze **skript** k přednášce, která jsou na mém webu. (Číslování vět je od začátku semestru zafixované, všechna níže uvedená čísla jsou ze skript.)

Při zkoušce mi můžete psát i alternativní (tj. jiné než na přednášce, resp. ve skriptech) důkazy, ale ty musí a) být správně a b) vycházet z nám známých faktů. Pokud se rozhodnete pro alternativní důkaz, můžu se Vás na něj zeptat při ústní části.

Teorii k přednášce MA2 lze rozdělit na tři hlavní části:

- Taylorův polynom;
- neurčitý integrál;
- určitý integrál.

Základní pravidlo určující požadavky je, že se můžu ptát na cokoli, co bylo probráno na přednášce nebo na cvičení. Následuje seznam bodů ze skript, které nebudu požadovat a dalších výjimek z výše uvedeného pravidla).

Seznam výjimek:

¹Nezapomeňte, že rozkládat lze pouze rac. funkci, v níž čitatel je polynom nižšího (ostře) stupně než polynom ve jmenovateli. Pokud tato podmínka splněna není, je potřeba nejprve částečně (se zbytkem) **vydělit polynomy**.

- Definice 3 (iv) netřeba;
- Tvzení 10 se nemusíte učit zpaměti, důkazy jednotlivých bodů jsou však lehká cvičení a na zkoušce se mohou objevit. V zadání může být jeden z bodů zformulován a bude se chtít důkaz.
- Tvzení 18 bez důkazu;
- L'Hospitalovo pravidlo bez důkazu;
- Sekce 1.4.3 – postřehy o polynomech (A)–(H): Nebudu zkoušet explicitně s výjimkou Tvzení 25 (to i s důkazem).
- Tvzení 27 – pouze formulaci;
- Poznámka 29 – pouze informativně, o co jde;
- Věta 36 bez důkazu;
- Sekce 1.5 (vsuvka o nekonečných řadách) je pouze opakování ze ZS. Může se vyskytnout implicitně.
- Věta 49 (2.VOS) bez důkazu;
- Věta 57 (parc. zlomky): musíte umět ji správně aplikovat, nebudu ale požadovat podrobné znění ani důkaz.
- Lemma 70 („Klíčové“) – pouze důkaz (i). (Znění ale celé.)
- Věta 74 (linearita) bez důkazu
- Věta 78 bez důkazu;
- Důsledek 89 bez důkazu;
- Věty 95, 96, 97 se explicitně učit nemusíte.
- Sekce 3.8 a 3.9 (tj. celý zbytek kapitoly o určitém integrálu) si můžete přečíst pro zajímavost, ale zkoušet je nebudu.

Klíčové pojmy

Kromě nutného počtu bodů bude ještě jedna nutná podmínka úspěšného složení zkoušky, a to správně znát všechny *klíčové pojmy*. Pokud se tedy u zkoušky ukáže neznalost některého klíčového pojmu, bude to v podstatě automaticky znamenat přinejmenším ústní část zkoušky, na kterou jinak ve většině případu nedojde.

Klíčové pojmy jsou následující:

- supremum a infimum množiny, respektive minimum a maximum (rozdíl mezi nimi);
- limita posloupnosti a funkce (vlastní i nevlastní, případně i v nevlastních bodech);
- vybraná posloupnost;
- rostoucí, neklesající, klesající a nerostoucí posloupnost nebo funkce;
- derivace funkce;
- Taylorův polynom;
- primitivní funkce;
- Riemannův určitý integrál (definice pomocí horních a dolních součtů);
- Newtonův neurčitý a určitý integrál;
- stejnoměrná spojitost funkce;
- Newtonova-Leibnizova formule (znění);

Důležitá poznámka: Chybička se vždycky může vloudit. Pokud jsem na přednášce o nějakém důkazu říkal, že ho nebudu požadovat, a na seznamu výjimek příslušná věta chybí, dejte mi o tom vědět co nejdříve a já to zde opravím. Pokud by byly jakékoliv nejasnosti, napište mi, prosím, co nejdříve zprávu.