

Informace a požadavky ke zkoušce z MA4 (NMTM202)

Obecné informace

Zkouška bude probíhat velmi podobným způsobem jako ve všech předchozích semestrech – zatím se zdá, že to situace umožní. V odůvodněných závažných případech tentokrát bude možné uvažovat o alternativním způsobu zkoušky, který si domluvíme individuálně. Mezi takové důvody lze počítat například neschopnost dostavit se ke zkoušce z důvodu uzavřených hranic nebo závažné důvody zdravotní; pokud se však epidemiologická situace výrazně nezhorší, budeme se držet prezenčního způsobu zkoušení (a to mimo jiné proto, že jakákoliv online alternativa by byla náročnější pro vás i pro mě).

Nezapomeňte, že v tomto zkouškovém období **musíte na každou prezenční zkoušku přinést platný negativní test na covid (nejsou povoleny samotesty)**.

Na zkoušku je možné se přihlásit až po udělení zápočtu, s odesláním zápočtových úloh tedy zbytečně neotálejte, raději je pošlete co nejdřív. Nicméně v krajím případě, pokud stihnete zápočtové úlohy poslat aspoň dva dny (tj. 48h) před termínem zkoušky, na který chcete jít, mělo by to být bez problémů (pokud ve vašem řešení nebude v daném čase neopravitelné množství chyb).

Písemná část zkoušky bude sestávat z části početní (90 minut) a teoretické (70 minut). Systém bodování bude stejný jako dosud. Bodové hranice v písemce je třeba chápat spíše jako orientační nutné podmínky; v případě nerozhodného výsledku (tj. nebudu-li se moci rozhodnout) může přijít na řadu ústní část.

Tahák A4: Podobně jako v předchozích semestrech **je dovolen**. Přesněji: k početní části můžete mít jeden list A4 se svými ručně psanými poznámkami.

Ústní část: může a nemusí přijít; vzhledem k trvající epidemii beru ústní část jako krajní řešení, na které obvykle nedojde. Na čase konání se s každým dohodnu individuálně přes e-mail.

Další pravidla: Jako obvykle nebudou dovoleny žádné elektronické pomůcky, sešity ani tabulky vzorců. (S výjimkou ručně psaného „taháku A4“, který bude dovolen při početní části písemky – viz výše.) Nebude-li explicitně řečeno jinak, jsou u zkoušky povinné respirátory.

Početní část – požadavky

Funkce více proměnných: čkejte něco podobného úlohám na zápočet. Některé početní úlohy budou mít více (snadných) bodů – aby se v každé písemce objevil větší počet z následujících témat:

- vrstevnice funkcí více proměnných: napsat její rovnici nebo jinak ji popsat;
- skládání funkce a křivky; hledání extrému takto složené funkce elementárními metodami;
- limita funkce více proměnných: lehčí příklady, někdy těžší s nápovědou;
- parciální derivace, totální diferenciál, gradient;
- derivace funkce podle vektoru a ve směru vektoru;
- řetězkové pravidlo;
- lokální extrémy: hledání podezřelých bodů a vyšetření Hessovy matice (pozitivně definitní apod.);

- hledání vázaného extrému pomocí Lagrangeova multiplikátoru.

Stejněměrná konvergence posloupností a řad funkcí:

- stejnoměrná konvergence posloupnosti funkcí pomocí Lemmatu o σ_n ;
- vyvrácení stejnoměrné konvergence pomocí argumentů jako: nezachování omezenosti, nezachování neomezenosti, nezachování spojitosti;
- výpočet σ_n pomocí metod prvního semestru (hledání extrému funkce jedné proměnné);
- stejnoměrná konvergence řad funkcí: Weierstrassovo kritérium;
- vyvrácení stejnoměrné konvergence řady pomocí nutné podmínky.

Teoretická část – požadavky

Tato část písemky bude zjišťovat především (ale ne výhradně) vaši znalost látky probrané na přednášce. Struktura bude stejná jako v předchozích semestrech.¹

Základní hrubé pravidlo určující požadavky ke zkoušce je, že *se můžu a budu ptát právě na věci, které byly probrány na přednášce nebo na cvičení*. Toto pravidlo má nějaké výjimky, které najdete v seznamu níže.

Seznam výjimek, případně doporučení:

- Definice 3, 4: naučte se je rovnou v kontextu metrických prostorů (viz úvod 14. přednášky).
- Věta 5 bez důkazu; nebudu přímo zkoušet ani její znění, její implicitní znalost je ale potřeba.
- Důsledek 22 bez důkazu; související věci se mohou vyskytnout pouze v Úloze C.
- Věnujte patřičnou pozornost Poznámce 23.
- Pozor na Definici 24: derivace podle vektoru vs. derivace ve směru vektoru.
- Příklady 32 si zapamatujte, a to včetně diskrétní metriky.
- Věta 43 – všechny body i s důkazem. Ekvivalence bodu (iv) byla ten týden dokázána na cvičení.
- Věta 45 – včetně důkazu bodu (iii) (snadný důkaz byl pouze naznačen).
- Věnujte pozornost příkladu před Definicí 52.
- Definice 57: pokud mi kvadratickou formu definujete tak, jak jste se to učili v kurzu lineární algebry, bude to v pořádku.
- Věta 60, Lemma 62 bez důkazu.
- Věta 69 – nemusíte se učit ani znění.
- Věnujte pozornost Poznámce 71 a pokuste se vyřešit cvičení na jejím konci.
- Lemma 73 bez důkazu. (To ovšem znamená, že si ten důkaz jako snadné cvičení na definici nemůžete doplnit; v Úloze C se ten důkaz může vyskytnout.)
- Věnujte pozornost poslední stránce poznámek z přednášky 12 – vysvětlení, že bodová limita je jediný kandidát na limitu stejnoměrnou.
- Příklad 75 můžu normálně zkoušet („Popište *klouzající hrb*, vysvětlete jeho význam a svá tvrzení zdůvodněte.“).

¹Tj.: V Úloze A budete psát pouze znění definic a vět. Úloha B bude požadovat formulace a důkazy jednodušších vět, Úloha D těžších vět. Speciální postavení má Úloha C, kde se mohou objevit jednoduché úlohy na přemýšlení založené na probraných věcech. (Mohou to být otázky typu „rozhodněte o pravdivosti tvrzení“, nebo jednoduché důkazy, případně i poněkud teoretičtější početní úlohy s návodem a podobně. Věnujte pozornost různým drobnostem, které jsem v průběhu kurzu nechával jako „snadná cvičení“ apod.)

- Tvrzení 76 – pouze důkaz (i). Důkaz (ii) se může vyskytnout v Úloze C. (Jde o lehké cvičení.)
- Poznámka 77 – rovněž materiál pro Úlohu C. Nicméně toto cvičení doporučuji, je takřka triviální a hodí se pro pochopení definice.
- Věta 78 – pouze důkaz (i).
- Pozn 80 – chci, aby každý uměl dokázat obě tvrzení v této poznámce (stejn. k. implikuje bodovou; V78 pro řady).
- Nezapomeňte se naučit také několik posledních číslovaných věcí z posledního cvičení (až po Větu 93).
- Věta 92 je současně definicí poloměru konvergence mocninné řady. Tuto definici budu požadovat.
- Věta 93 může najít aplikace v Úloze C (tj. může tam být třeba příklad na výpočet poloměru konvergence konkrétní mocninné řady).
- Větu 94 se učit nemusíte.

Klíčové pojmy

Kromě nutného počtu bodů bude ještě jedna nutná podmínka úspěšného složení zkoušky, a to správně znát všechny *klíčové pojmy*. Pokud se tedy u zkoušky ukáže neznalost některého klíčového pojmu, bude to v podstatě automaticky znamenat přinejmenším ústní část zkoušky, na kterou jinak ve většině případu nedojde.

Klíčové pojmy jsou následující:

- supremum a infimum množiny, respektive minimum a maximum (rozdíl mezi nimi);
- limita posloupnosti a funkce (vlastní i nevlastní, případně i v nevlastních bodech);
- derivace funkce, primitivní funkce;
- Newtonova-Leibnizova formule (znění);
- eukleidovská norma a vzdálenost;
- spojitost a limita funkce vzhledem k množině;
- izometrie;
- parciální derivace, totální diferenciál, gradient
- metrika, metrický prostor;
- otevřená množina, uzavřená množina;
- kompaktní množina, charakterizace kompaktních množin v eukleidovském prostoru;
- extrémy funkce (lokální, globální, vzhledem k množině);
- bodová a stejnoměrná konvergence posloupnosti nebo řady funkcí;
- součet řady číselné i řady funkcí;

Důležitá poznámka: Chybička se vždycky může vloudit. Pokud jsem na přednášce o nějakém důkazu říkal, že ho nebudu požadovat, a na seznamu výše příslušná věta chybí, dejte mi o tom vědět co nejdříve a já to zde opravím. Pokud by byly jakékoliv nejasnosti, napište mi, prosím, co nejdříve zprávu.