

Zkoušková písemka č. 3, 31.5.2004

MA pro F, MAF041, 2. semestr

1. V rovnici

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z, \quad \text{kde } z = z(x, y),$$

provedte záměnu proměnných $u = x$, $v = \frac{y}{x}$, a tím ji vyřešte. Proveďte zkoušku dosazením do původní rovnice.

2. Najděte všechny lokální extrémů funkce

$$f(x, y) = \sin x \cos y \cos(x - y)$$

na otevřené množině $(0, \frac{\pi}{2}) \times (0, \frac{\pi}{2})$.

3. Najděte globální extrémů funkce

$$f(x, y) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$$

na množině

$$M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq 100\}.$$

4. Ukažte, že spojitým obrazem kompaktu K je kompakt. Ukažte jaké (dva) důsledky to má pro $f \in \mathcal{C}(K)$. (S důkazy).
5. Ukažte, že konvergence v eukleidovské normě v \mathbb{R}^n je “po složkách”.