

Zkoušková písemka č. 4, 14.6.2004

MA pro F, MAF041, 2. semestr

1. Najděte všechna řešení rovnice

$$(x^2 + y^2)(x dy - y dx) = (a + x) x^9 dx, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Integrační faktor závisí buď na x nebo na y nebo na $x + y$.

2. Najděte všechny lokální extrémů funkce

$$f(x, y) = \frac{xy}{2} \sqrt{4 - 4x^2 - y^2}$$

na vnitřku jejího definičního oboru.

3. Najděte globální extrémů funkce

$$f(x, y, z) = x + y + z$$

na množině

$$M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}.$$

4. Jaká je nutná podmínka existence lokálního extrému funkce $f \in \mathcal{C}^1$? Zformulujte a dokažte.
5. Definujte kontraktivní zobrazení. Zformulujte a dokažte Banachovu větu o pevném bodu.