

PŘÍJMENÍ A JMÉNO:

SKUPINA (CVIČÍCÍ):

ZÍSKANÉ BODY:

1.	2.	3.	Σ

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale co nejpřesněji odůvodněte. Pokud používáte nějaké tvrzení, nezapomeňte je uvést a ověřit splnění všech jeho předpokladů.

1. [8b] Rozviňte funkci

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + 1}$$

do Laurentovy řady

- v prstencovém okolí bodu i (specifikujte přesně v jakém),
 - v okolí nekonečna (specifikujte přesně v jakém).
-

2. [10b] Spočtete integrál

$$\int_0^{2\pi} \frac{(1 + 2 \cos x)^2}{3 + 2 \cos x} dx$$

pomocí reziduové věty. Výpočet okomentujte (odůvodněte) s odvoláním na tuto větu.

3. [12b] Spočtete (Fresnelovy) integrály

$$\int_0^{\infty} \cos x^2 dx, \quad \int_0^{\infty} \sin x^2 dx.$$

Návod: Integrujte funkci e^{iz^2} přes obvod kruhové výseče o středovém úhlu $\frac{\pi}{4}$ a poloměru R , která leží v prvním kvadrantu, a jedním svým ramenem na reálné ose (zadávající vám nakreslí obrázek na tabuli). Odůvodněte celý výpočet s odvoláním na příslušné věty, které používáte. Pokud je potřeba ukázat, že jistý integrál jde k nule, ukažte to.

PŘÍJMENÍ A JMÉNO:

SKUPINA (CVIČÍCÍ):

ZÍSKANÉ BODY:

1.	2.	Σ

1. [11b]

- (a) Napište znění věty o Cauchyově vzorci (jak pro $f(z_0)$, tak pro $f^{(n)}(z_0)$).
- (b) Dokažte tuto větu.

2. [9b]

- (a) Definujte pojem izolované singularity v bodě $z_0 \in \mathbb{C}$, klasifikujte typy izolovaných singularit v bodě $z_0 \in \mathbb{C}$.
- (b) Jaké typy singularit má funkce $\frac{(z-2)\sin^2 z}{z^3(z-1)}$ v bodech 0, 1, 2? Pokud se pro svůj argument potřebujete odvolat na nějakou větu, napište ji (bez důkazu).
- (c) Jaký typ singularity má funkce $\exp(-\frac{1}{x^2})$ v bodě 0? Pokud se pro svůj argument potřebujete odvolat na nějakou větu, napište ji bez důkazu.