

PŘÍJMENÍ A JMÉNO:

SKUPINA (CVIČÍCÍ):

ZÍSKANÉ BODY:

1.	2.	3.	$\Sigma$

*Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale co nejpřesněji odůvodněte. Pokud používáte nějaké tvrzení, nezapomeňte je uvést a ověřit splnění všech jeho předpokladů.*

---

1. [8b] Rozviňte funkci

$$f(z) = \frac{3z - 5}{z^2 - 3z + 2}$$

do Laurentovy řady o středu  $(-1)$  v mezikruží  $2 < |z + 1| < 3$ .

2. [10b] Spočtěte integrál

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{(5 - 3 \sin x)^2} dx$$

pomocí reziduové věty. Výpočet okomentujte (odůvodněte) s odvoláním na tuto větu.

3. [12b] Spočtěte integrál

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x \operatorname{arctg} \frac{x}{2}}{(x^2 + 1)^3} dx.$$

*Návod:* Nejprve se pomocí integrace per partes zbavte arkustangenty. Výpočet okomentujte (odůvodněte) s odvoláním na věty a postupy z přednášky.

---

PŘÍJMENÍ A JMÉNO:

SKUPINA (CVIČÍCÍ):

ZÍSKANÉ BODY:

1.	2.	$\Sigma$

## 1. [13b]

- (a) Definujte pojem separability Hilbertova prostoru.
- (b) Formulujte větu o ekvivalenci separability Hilbertova prostoru a existenci úplného ortonormálního systému v něm.
- (c) Větu dokažte.

## 2. [7b]

- (a) Definujte křivku v komplexní rovině, křivkový integrál v komplexní rovině, délku křivky.
- (b) Definujte oblast a jednoduše souvislou oblast v komplexní rovině.
- (c) Rozhodněte, jestli jsou následující množiny jednoduše souvislými oblastmi v komplexní rovině:
  - i. otevřený jednotkový kruh o středu nula, sjednocený s otevřeným jednotkovým kruhem o středu  $i$ .
  - ii. sjednocení otevřeného prvního kvadrantu a otevřeného třetího kvadrantu (tj. bez hraničních polopřímek), to celé sjednoceno s počátkem soustavy souřadnic (tj. s bodem nula)

Své odpovědi odůvodněte.