

PŘÍJMENÍ A JMÉNO:

SKUPINA (CVIČÍCÍ):

ZÍSKANÉ BODY:

1.	2.	3.	Σ

Jednotlivé kroky při výpočtech stručně, ale co nejpřesněji odůvodněte. Pokud používáte nějaké tvrzení, nezapomeňte je uvést a ověřit splnění všech jeho předpokladů.

1. [6b] Rozviňte funkci

$$z^2 \sin \frac{1}{z-1}$$

do Laurentovy řady o středu 1.

2. [12b] Spočtěte integrál

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos x}{(2 - \cos x)^2} dx$$

pomocí reziduové věty. Výpočet okomentujte (odůvodněte) s odvoláním na tuto větu.

3. [12b] Spočtěte integrál

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{4x \operatorname{arctg} x}{(x^2 + 2)^3} dx.$$

Návod: Nejprve se pomocí integrace per partes zbavte arkustangenty. Výpočet okomentujte (odůvodněte) s odvoláním na věty a postupy z přednášky.

PŘÍJMENÍ A JMÉNO:

SKUPINA (CVIČÍCÍ):

ZÍSKANÉ BODY:

1.	2.	Σ

1. [13b]

- (a) Definujte pojem separability Hilbertova prostoru.
- (b) Formulujte větu o ekvivalenci separability Hilbertova prostoru a existenci úplného ortonormálního systému v něm.
- (c) Větu dokažte.

2. [7b]

- (a) Definujte pojem holomorfní funkce v bodě a na otevřené množině.
- (b) Napište znění věty o Cauchy-Riemannových podmínkách. Větu nemusíte dokazovat.
- (c) Je funkce $f(z) = z^3$ holomorfní v \mathbb{C} ? Ověřte to pomocí Cauchy-Riemannových podmínek.