

Požadavky k ústní části zkoušky
Aplikovaná matematika I – NMAF071
ZS 2016/17

(přednášející M. Rokyta)

Definice

Definujte pojmy z níže uvedeného seznamu. U každé definice se bude posuzovat jak přesnost, tak porozumění (tj. můžu se ptát na různé příklady, které definici ilustrují nebo takové můžu sám dát a ptát se, jestli splňují danou definici apod.)

- (1) sjednocení, průnik, rozdíl množin
- (2) zobrazení, definiční obor a obor hodnot zobrazení
- (3) obraz množiny, vzor množiny
- (4) zobrazení prosté, zobrazení "na", bijektivní zobrazení
- (5) složené zobrazení
- (6) inverzní zobrazení
- (7) mohutnost množin, konečná, spočetná, nespočetná množina
- (8) zdola omezená množina, shora omezená množina, omezená množina
- (9) horní závora, dolní závora, supremum množiny, infimum množiny
- (10) maximum množiny, minimum množiny
- (11) posloupnost
- (12) omezená posloupnost, zdola omezená posloupnost, shora omezená posloupnost
- (13) neklesající posloupnost, nerostoucí posloupnost
- (14) rostoucí posloupnost, klesající posloupnost
- (15) ryze monotónní posloupnost, monotónní posloupnost
- (16) limita posloupnosti
- (17) vybraná posloupnost, podposloupnost
- (18) konvergentní posloupnost, divergentní posloupnost
- (19) rozšířená reálná osa a její aritmetika
- (20) nevlastní limita posloupnosti
- (21) rostoucí funkce, klesající funkce, nerostoucí funkce, neklesající funkce
- (22) monotónní funkce, ryze monotónní funkce
- (23) lichá funkce, sudá funkce, periodická funkce
- (24) shora omezená funkce, zdola omezená funkce, omezená funkce
- (25) okolí bodu, prstencové okolí bodu, pravé a levé okolí bodu, pravé a levé prstencové okolí bodu
- (26) limita funkce v bodě, limita funkce v bodě zprava (resp. zleva)
- (27) funkce spojitá v bodě, funkce spojitá v bodě zleva (resp. zprava)
- (28) maximum a minimum funkce na množině
- (29) lokální maximum a minimum funkce vzhledem k množině
- (30) definice obecné mocniny a^b
- (31) derivace funkce v bodě, derivace funkce v bodě zleva (resp. zprava)
- (32) diferenciál reálné funkce jedné reálné proměnné
- (33) $(n + 1)$ -ní derivace funkce v bodě
- (34) primitivní funkce

- (35) Taylorův polynom
- (36) symbol "malé o"
- (37) inflexní bod, konvexní funkce, konkávní funkce
- (38) obyčejná diferenciální rovnice (ODR), řád ODR
- (39) rovnice se separovanými proměnnými
- (40) lineární ODR 1. řádu
- (41) lineární ODR 2. řádu s konstantními koeficienty, homogenní a nehomogenní rovnice
- (42) charakteristická rovnice, obecné řešení, partikulární řešení
- (43) Newtonův určitý integrál, konvergentní a divergentní Newtonův integrál

Věty a tvrzení

Všechny níže uvedené věty a tvrzení pečlivě zformulujte a vysvětlete. Důkazy či jejich náznaky (**zhruba v rozsahu přednášky**) budu požadovat **pouze u těch vět a tvrzení**, u kterých je to níže výslovně uvedeno. Jinak budu vždy vyžadovat pouze dobré porozumění vět a situací, na které se věty aplikují. Za všemi tvrzeními je uvedeno číslo, které odpovídá číslování vět v učebním textu, který je k dispozici na webu a byl také rozdáván při přednášce.

- (1) formulujte de Morganova pravidla
- (2) formulujte axiom suprema a větu o infimu
- (3) jednoznačnost limity posloupnosti (Věta 1.7)
- (4) limita vybrané posloupnosti (Věta 1.9)
- (5) souvislost konvergence a omezenosti posloupnosti (Věta 1.8) — **naznačte důkaz tvrzení**
- (6) aritmetika limit posloupností (Věta 1.10)
- (7) limita součinu omezené posloupnosti a posloupnosti s nulovou limitou (Věta 1.11)
- (8) limita a absolutní hodnota (Věta 1.12)
- (9) limita a uspořádání (Věta 1.13)
- (10) dva strážníci pro posloupnosti (Věta 1.14)
- (11) limita monotónní posloupnosti (Věta 1.15)
- (12) ukažte, že $\lim \sqrt[n]{a} = 1$ pro $a > 0$; kolik je $\lim \sqrt[n]{n}$? (Tvrzení 1.16)
- (13) naznačte, jak se ukáže, že existuje vlastní limita $\lim (1 + \frac{1}{n})^n$ (Tvrzení 1.16)
- (14) limita typu "A/0" (Věta 1.17)
- (15) Bolzano – Weierstrassova věta (Věta 1.18)
- (16) limita posloupnosti a Bolzano-Cauchyova podmínka (Věta 1.19)
- (17) jednoznačnost limity funkce (Věta 2.1)
- (18) vztah limity a jednostranných limit, spojitosti a jednostranné spojitosti (Věta 2.2)
- (19) limita a omezenost funkce (Věta 2.3)
- (20) věta o odrazení od nuly (Věta 2.4)
- (21) aritmetika limit funkcí (Věta 2.5)
- (22) limita součinu omezené funkce a funkce s nulovou limitou (Věta 2.6)
- (23) limita funkce A/0 (Věta 2.7)
- (24) věta o záměně 0 a ∞ (Věta 2.8)
- (25) limita funkce a uspořádání, věta o srovnání (Věta 2.9)
- (26) limita složené funkce (Věta 2.10)
- (27) limita monotónní funkce (Věta 2.11)

- (28) Heineova věta o limitě (Věta 2.12)
- (29) Heineova věta o spojitosti (Věta 2.13)
- (30) Věta o zavedení logaritmu (Věta 2.14)
- (31) Věta o zavedení sinu a kosinu (Věta 2.15)
- (32) vztah derivace a spojitosti (Věta 3.1) — **naznačte důkaz tvrzení**
- (33) aritmetika derivací (Věta 3.2)
- (34) derivace složené funkce (Věta 3.3)
- (35) derivace inverzní funkce (Věta 3.4)
- (36) l'Hospitalovo pravidlo (Věta 3.5)
- (37) Leibnizův vzorec (Věta 3.7)
- (38) primitivní funkce a rovnost až na konstanty (Věta 4.1)
- (39) existence primitivní funkce (Věta 4.2)
- (40) aritmetika primitivních funkcí (Věta 4.3)
- (41) integrace per partes (Věta 4.4) — **naznačte důkaz tvrzení**
- (42) první věta o substituci (Věta 4.5) — **naznačte důkaz tvrzení**
- (43) druhá věta o substituci (Věta 4.6) — **naznačte důkaz tvrzení**
- (44) Bolzanova věta o mezihodnotě (Věta 5.1)
- (45) zobrazení intervalu spojitou funkcí (Věta 5.2)
- (46) věta o inverzní funkci (Věta 5.3)
- (47) omezenost a spojitost na intervalu (Věta 5.4)
- (48) spojitost funkce a nabývání extrémů (Věta 5.5)
- (49) nutná podmínka lokálního extrému (Věta 5.6)
- (50) Rolleova věta (Věta 5.7)
- (51) Lagrangeova věta (Věta 5.8) — **naznačte důkaz tvrzení**
- (52) Cauchyova věta (Věta 5.9)
- (53) vztah derivace a monotonie (Věta 5.10) — **naznačte důkaz tvrzení**
- (54) Peanův tvar zbytku (Věta 5.11)
- (55) obecný tvar zbytku (Věta 5.12)
- (56) nutná podmínka pro inflexi (Věta 5.15)
- (57) postačující podmínka pro inflexní bod (Věta 5.16)
- (58) druhá derivace a konvexita (Věta 5.18)
- (59) postačující podmínka pro lokální extrém (Věta 5.19)
- (60) ODR - u jednotlivých typů ODR vysvětlíte postup při řešení
- (61) per partes pro určitý integrál (Věta 6.2)
- (62) substitute pro určitý integrál (Věta 6.3)
- (63) první (Věta 6.4) a druhá (Věta 6.5) o střední hodnotě
- (64) délka křivky (Věta 6.6)
- (65) plošný obsah rovinných množin (Věta 6.7)
- (66) objem a povrch rotačního tělesa (Věta 6.8)