ZKOUŠKY Z MA PRO 4. SEMESTR, OBOR FYZIKA

šk. rok 1995/96, přednášející: M. Rokyta, KMA

Aktuální informace budou vždy na
`http://www.karlin.mff.cuni.cz/~rokyta/vyuka.htm`

Termíny.

Zkoušky se konají vždy **ve středu od** $9.^{00}$ **hod**, a to

Předtermín	22.5.1996	?	(sraz před mou pracovnou)
Řádné termíny	29.5.1996	K1	
	5.6.1996	K1	
	12.6.1996	K1	
	19.6.1996	K11	(K11 !)
	26.6.1996	K1	(pouze písemka, ne ústní!)
	3.7.1996	K1	
	10.7.1996	K1	

Další termíny zkoušek: dva po 9.9.1996, tj. celkem oblíbených 10 termínů (včetně předtermínu).

Tradiční seznam zapsaných bude ve zkouškovém období opět viset na chodbě naproti posluchárně K2. Stále platí, že tento seznam je pouze orientační, ke zkoušce může přijít i ten, kdo se nezapíše a naopak. Jde mi jen o to, abych věděl, že vůbec někdo přijde.

Písemná část zkoušky.

Písemná část zkoušky bude tentokrát trvat **dvě a půl hodiny**, ve kterých bude nutno vyřešit tentokrát **čtyři** příklady. Naprotitomu se vracím k filozofii: "Zkouška začíná odevzdáním písemky", tj. až po uplynutí oněch 2.5 hodiny budete se moci rozhodnout, zda se vám písemka povedla nebo ne. Ty čtyři příklady budou:

(1) *Plošný integrál:* typické zadání: "spočtěte plošný integrál … "; očekávejte plochy dimenze 2 v $\mathbb{R}^3$, zejména příklady, které souvisejí s použitím Gauss-Ostrogradského a Stokesovy věty.
(2) *Fourierovy řady* aneb "rozviňte do Fourierovy řady … "; pouze řady v sinech a cosinech, ale může být jiná perioda než 2π; může být, že bude potřeba rozvinout do řady funkci i její derivaci, resp. primitivní funkci (tj. kdy lze derivovat, integrovat po členech?). Nezapomeňte na Parsevalovu rovnost.
(3) *Komplexní analýza:* ("spočtěte integrál … "); výpočty integrálů pomocí residuové věty, a to buď křivkový v $\mathbb{C}$ nebo jeden z probíraných typů (pro sklerotiky jsem ochoten napovědět křivku, přes kterou mají integrovat).
(4) *Fourierova nebo Laplaceova transformace:* spočíst F. (nebo L. – jedno z toho) transformaci (tam nebo inverzně) zadané funkce. Můžou se vyskytnout konvoluce.

Literatura k písemné části zkoušky.

[Kop III] Jiří Kopáček (& kol.), *Příklady z matematiky pro fyziky III.*, skriptum MFF UK, SPN, 1988 (obsahuje: Plošný integrál).

[Kop IV] Jiří Kopáček (& kol.), *Příklady z matematiky pro fyziky IV.*, skriptum MFF UK, SPN, 1988 (obsahuje: Fourierovy řady, obě transformace, komplexní analýzu).

[B&N] Miroslav Brzezina, Ivan Netuka, *Vybrané kapitoly z matematické analýzy: Příklady z analýzy v komplexním oboru.*, Brožurka MFF UK, 1988 (Obsahuje: Komplexní analýzu).

[VLA] L.I.Volkovyskij, G.D.Lunc, I.G.Aramovič, *Sbornik zadač po teorii funkcij komplexnogo peremennogo (rusky)*, Nauka, Moskva, 1970 (Obsahuje: Komplexní analýzu v dosti širokém záběru).

[Rek] Karel Rektorys a kol., *Přehled užité matematiky I, II.*, Prométheus, Praha, 1995 (To není sbírka příkladů, ale souhrn matematiky ve smyslu "aplikace pro praxi"; najdete zde i řešené příklady).

Doporučuji zejména Kopáčky III a IV, kde je dostatek příkladů. Dobrá sbírka příkladů (s návody) na komplexku je [B&N]. Těžší příklady (nebudou ve zkouškové písemce) na použití residuově věty obsahuje **dodatek** ke sbírce [K4].

Počítejte si, nechávejte si ode mne kopírovat příklady atd.

Konzultace.

Jsem k dispozici pro konzultování **každé úterý** po 10:00 s vyjímkou 25.6. a 2.7.; jinak kdykoli po předběžné dohodě. Předběžnou dohodu je možno uskutečnit přes e-mail `rokyta@karlin.mff.cuni.cz` či přes telefon 21913269. Zesíťovaní jedinci obraťte se na `http://www.karlin.mff.cuni.cz/~rokyta/vyuka.htm`, kde se budu snažit udržovat podstránku o mém pohybu (bývá značný) a volnu (nebývá velké).

Literatura k ústní části zkoušky.

Nejblíže přednášce jsou skripta Kopáček a kolektiv, a to následujícím způsobem:

• v [K4] najdete: Plošný integrál, Fourierovy řady a Fourierovu transformaci (ovšem tu podrobněji, než jsem ji přednášel; při přednášce jsem se snažil držet spíše verze Fourierovy transformace v [K5] - doporučuji.)

• v [K5] najdete: Komplexní analýzu, Fourierovu a Laplaceovu transformaci (v odpředneseném rozsahu). Pro zájemce: podrobnější verze Fourierovy transformace (včetně důkazů některých tvrzení, které já jsem přeskočil) je v [K4].

Seznam doporučené (zkouškové) literatury:

[$\mu\rho$] —, *Vlastní poznámky z přednášek*, 1995/96.

[K4,5] Kopáček, J., *Matematika pro fyziky IV. a V.*, SPN (skriptum MFF UK).

Další možná (doplňková) studijní literatura:

[K^2] A.Kufner, J.Kadlec, *Fourierovy řady*, Praha, 1969.

[WR] W.Rudin, *Analýza v reálném a komplexním oboru*, Academia Praha, 1977, (komplexka až do pokročilejšího stadia, včetně Fourierovy transformace a prostorů L^p).

[I.■] I.Černý, *Analýza v komplexním oboru*, Academia, Praha, 1983.

POŽADAVKY K ÚSTNÍ ZKOUŠCE, 4. SEMESTR

Požadavky jsou rozděleny do několika základních okruhů. V každém okruhu nejprve specifikuji **pojmy**, které s danou problematikou souvisejí a které byste měli znát. Následuje výčet **faktů** z daného okruhu, které považuji za důležité. "Bez důkazu" znamená bez důkazu, jinak vždy s důkazem.

1. Plošný integrál.

Pojmy: Jednoduchá a zobecněná $k-$plocha; parametrizace; orientace plochy; spojité pole normál; integrál prvního a druhého druhu; Grammův determinant.

Fakta: ■ Definice integrálů prvního a druhého druhu, nezávislost na parametrizaci, souvislost obou integrálů ■ Věta o Grammově determinantu (2-plocha v $\mathbb{R}^3$). ■ Odvození vztahů pro normálu a vztahů pro výpočet integrálů obou druhů, je-li plocha zadaná explicitně, implicitně ■ Gauss-Ostragradského věta (náznak důkazu v $\mathbb{R}^3$) ■ Důsledky G-O věty: věta o divergenci, per partes, Greenovy formule ■ Greenova věta ■ Stokesova věta ■ Definice vektorového součinu $n-1$ vektorů v dimenzi n, geometrická interpretace, definice integrálů obou druhů v této situaci ■ Gauss-Ostrogradskij v n dimenzích (bez důkazu) ■ Lemma o objemu k-dimenzionálního rovnoběžnostěnu v n dimenzích, definice integrálu 1. druhu v této situaci.

2. Fourierovy řady.

Pojmy: Trigonometrická řada, Fourierova řada vzhledem k systému funkcí, funkce po částech C^1, Dirichletovo integrační jádro, Besselova nerovnost, Parsevalova rovnost, Hilbertův prostor, ortogonální systém, abstraktní Fourierova řada podle OG systému prvků, úplný OG systém, prostory L^p.

Fakta pro řady v sinech a cosinech: ■ Riemann-Lebesgueovo lemma ■ Riemannova věta o lokalizaci ■ Věta o konvergenci Fourierovy řady pro po částech C^1 funkce ■ Besselova nerovnost a Parsevalova rovnost ■ Derivování a integrování Fourierových řad (znalost všech odpřednesenýchh faktů a důkaz 1 věty související s derivováním a 1 věty související s integrováním).

Fakta pro abstraktní řady: ■ Definice Hilbertova prostoru, prostorů L^p, Hölderova nerovnost (bez důkazu), definice abstraktní Fourierovy řady ■ Besselova nerovnost, Parsevalova rovnost, souvislost s úplností OG systému ■ Věta o tom, že řešení okrajové úlohy pro obyčejnou dif. rovnici gererují OG systém (bez důkazu).

3. Komplexní analýza.

Pojmy: Gaussova rovina, stereografická projekce, argument/Argument, víceznačná funkce a její spojitá jednoznačná větev, holomorfní funkce, Cauchy-Riemannovy podmínky, harmonická funkce a funkce harmonicky sdružená, jednoduše souvislá oblast, zobecněný Lebesgueův integrál, zobecněná mocninná a Laurentova řada, isolovaná singularita, residuum.

Fakta: ■ Holomorfní funkce v bodě a na oblasti, věta o Cauchy-Riemannových podmínkách ■ (Hladké) složky holomorní funkce jsou harmonické; věta o harmonicky sdružené funkci k zadané harmonické funkci ■ Definice křivkového integrálu, definice primitivní funkce, věta o ekvivalencích výroku "míti primitivní funkci"' ■ Cauchyova věta ■ Jordanovo lemma ■ Cauchyův vzorec ■ Morerova věta ■ Weierstrassova věta o holomorfnosti řad funkcí ■ Věta o mezikruží (o malém a velkém poloměru) pro zobecněnou mocninnou řadu

- s náznakem, z čeho známého to plyne ■ Věta: k holomorní funkci v mezikruží existuje právě jedna zobecněná řada ■ Klasifikace isolovaných singularit, definice residua ■ Ekvivalentní charakterizace odstranitelných singularit ■ Každý pól má násobnost, ekvivalentní charakterizace pólu ■ Podstatná singularita a její charakterizace, Casorati-Weierstrassova věta ■ Pravidla pro výpočet residuí ■ Residuová věta ■ Laurentova řada a residuum v nekonečnu, Riemannova věta pro sféru (součet všech residuí včetně v nekonečnu je nula) ■ Liouvilleova věta ■ Základní věta algebry ■ Věta o jednoznačnosti s důsledky pro jednoznačnost rozšíření elementárních funkcí z reálné osy.

4. Fourierova a Laplaceova transformace.

Pojmy: Fourierova transformace přímá a opačná, multiindex, prostory L^p, prostor $\mathcal{S}$, konvoluce, hustota prostoru v jiném prostoru, Parsevalova rovnost, Laplaceova transformace, prostory L^1_{loc} a L^1_+.

Fakta: ■ Definice Fourierovy transformace (F.T.) přímé a opačné pro funkce z L^1, ukázat, že je to funkce spojitá s nulovými limitami v nekonečnech (Reimann-Lebesgueovo lemma) ■ Vztah F.T. a derivování (s důkazem pro 1 dimenzi a první derivaci) ■ Konvoluce, pro jaké funkce existuje (bez důkazu), F.T. konvoluce je součin F.T. ■ Definice a vlastnosti prostoru $\mathcal{S}$ (bez důkazů) ■ Věta o inverzi pro funkce z $\mathcal{S}$ ■ Fourierova transformace součinu ■ Věta o inverzi pro funkce z L^1 ■ Parsevalova rovnost a rozšíření F.T. na prostor L^2, inverzní formule v L^2 (úvahy o hustotě). ■ Definice Laplaceovy transformace (L.T.), její základní vlastnosti (definiční obor, holomorfnost, omezenost, limity, derivování), souvislost s F.T. ■ Početní pravidla s L.T. (substituce, posunutí, derivování, integrování, konvoluce - bez důkazů či s náznaky) ■ Věty o inverzi pro L.T. (v rozsahu přednášky).

Přeju hodně štěstí u všech zkoušek a hezké prázdniny.

M. Rokyta, 10.5.1996