Datum tisku: 30.5.1996

SYLABUS PŘEDNÁŠKY "MATEMATICKÁ ANALÝZA PRO FYZIKY"

(3. semestr)

šk. rok 1995/96, přednášející: M. Rokyta, KMA

↓ 1. přednáška (26.9.1995) ↓

1. Posloupnosti a řady funkcí

1.1. Stejnoměrná a bodová konvergence

Bodová konvergence posloupnosti funkcí; stejnoměrná konvergence; Bolzano-Cauchyova podmínka stejnoměrné konvergence; ekvivalentní podmínka stejnoměrné konvergence (věta o σ_n); lokálně stejnoměrná konvergence.

↓ 2. přednáška (27.9.1995 - přednášel doc. Kopáček) ↓

Bodová a stejnoměrná konvergence řady funkcí; nutná podmínka (stejnoměrné) konvergence; absolutní konvergence řady funkcí; Weierstrassovo, Leibnitzovo; kriterium Abel-Dirichletovo o stejnoměrné konvergenci řad funkcí.

1.2. Limita a spojitost

Limita v bodě pro posloupnost funkcí; spojitost stejnoměrně konvergentní posloupnosti spojitých funkcí; Diniho věta (monotonní bodová konvergence spojitých funkcí na kompaktu je stejnoměrná).

↓ 3. přednáška (3.10.1995) ↓

1.3. Derivace a integrál

Derivace posloupnosti a řady člen po členu; primitivní funkce ke stejnoměrně konvergentní posloupnosti (a řadě).

↓ 4. přednáška (4.10.1995) ↓

Riemannův integrál ze stejnoměrně kovergentní posloupnosti a řady funkcí.

1.4. Mocninné řady

Definice mocninné řady; absolutní a stejnoměrná konvergence mocninné řady pro $|z| < |z_1|$, pokud v $|z_1|$ řada konverguje; poloměr a kruh konvergence, vlastnosti mocninné řady uvnitř, vně a na hranici kruhu konvergence; vzorec pro poloměr konvergence.

↓ 5. přednáška (10.10.1995) ↓

Vlastnosti funkce definované jako součet mocninné řady; Abelova věta o konvergenční kružnici; aplikace mocninných řad: sčítání číselných řad, integrace funkcí, řešení diferenciálních rovnic, rozvoj do Taylorů.

↓ 6. přednáška (11.10.1995) ↓

Diskuse o Taylorově a mocninné řadě.

2. Úvod do variačního počtu

Úvaha o nějkratší spojnici dvou bodů; definice: funkcionál, Gâteauxův diferenciál, kritický (stacionární bod); Eulerova věta (lok. extrém $\Longrightarrow D\Phi(y_0, h) = 0\ \forall h \in X$.)

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$-TEX

↓ 7. přednáška (17.10.1995) ↓

Obecné odvození Euler-Lagrangeovy rovnice; extremály; Euler-Lagrangeova věta o E-L rovnici; úloha o brachystochroně; fyzikální interpretace E-L rovnic a Lagrangián.

↓ 8. přednáška (18.10.1995) ↓

Fréchetův diferenciál; jeho vztah k derivaci ve směru (Gâteauxově); vyšší diferenciály; Lagrangeova věta (postačující podmínka existence lokálního extrému); Jacobiho rovnice; konjugovaný bod; Jacobiho věta (o konjugovaném bodě).

↓ 9. přednáška (24.10.1995) ↓

Shrnutí situace, příklad. Fukncionál, který nemá minimum v rámci slušného prostoru.

3. Lebesgueova míra a integrál

↓ 10. přednáška (25.10.1995) ↓

3.1. Systémy množin, systémy množin v $\mathbb{R}^n$

Okruh, σ-okruh, algebra, σ-algebra; symetrická diference a její vlastnosti; systémy S_n (omezené intervaly v $\mathbb{R}^n$) a E_n (jejich konečná sjednocení); kanonické rozdělení, simultánní kanonické rozdělení.

↓ 11. přednáška (31.10.1995) ↓

Vlastnosti okruhu.

3.2. Aditivní funkce množiny a její rozšíření

Aditivní a σ-aditivní funkce množiny; nezáporná, konečná funkce množiny; základní vlastnosti (zejména o sjednocení a průniku systému množin).

↓ 12. přednáška (1.11.1995) ↓

Jednoznačnost rozšíření aditivní funkce z S_n na E_n.

3.3. Vnější míra, měřitelné množiny

Regulární funkce množiny; vnější míra; její vlastnosti; míra a měřitelné množiny; základní vlastnosti Lebesgueovsky měřitelných množin (σ-algebra); Cantorovo discontinuum.

↓ 13. přednáška (7.11.1995) ↓

Existují neměřitelné množiny; ekvivalentní charakteristika měřitelnosti (lemma o průniku s intervaly); měřitelné množiny jsou největší okruh, na kterém má vnější míra rozumné vlastnosti; Borelovské množiny $\subset$ měřitelné množiny; nulové množiny; platnost něčeho skoro všude.

3.4. Měřitelné funkce

Měřitelné funkce; operace s nimi, které zachovávají měřitelnost.

↓ 14. přednáška (8.11.1995) ↓

Dokončení operací s měřitelnými funkcemi; spojitá funkce je měřitelná; Luzinova věta.

3.5. Jednoduché funkce a jejich integrál

Jednoduchá funkce; charakteristická funkce množiny; Lebesgueův integrál z jednoduché funkce; aproximativní vlastnost jednoduchých funkcí.

↓ 15. přednáška (14.11.1995) ↓

3.6. Lebesgueův integrál a jeho základní vlastnosti

Lebesgueův integrál z nezáporné měřitelné funkce, z obecné měřitelné funkce; existence, konvergence integrálu; nerovnosti a rovnosti; třídy $L(M)$ a $L^*(M)$, jejich vlastnosti; konvergence – integrabilní majoranta; závislost na množině, přes kterou se integruje; linearita.

↓ 16. přednáška (15.11.1995) ↓

3.7. Věty Leviho, Lebesguea, Fatoua

Levi ve dvou verzích, Levi pro řady; Fatouovo lemma; Lebesgueova věta pro posloupnosti.

↓ 17. přednáška (21.11.1995) ↓

Lebesgueova věta pro řady; vztah Riemannova a Lebesgueova integrálu; srovnávací kritérium; některé příklady; shrnutí technik pro posloupnosti a řady.

↓ 18. přednáška (22.11.1995) ↓

3.8. Integrály s parametrem

Věta o limitě; věta o spojitosti; věta o derivaci; Gamma funkce a její základní vlastnosti.

↓ 19. přednáška (28.11.1995) ↓

Dokončení o Gamma funkci.

3.9. Fubiniho věta a věta o substituci

Průmět množiny a řez množinou; Fubiniho věta; příklad: objem koule; poznámka: nezdární sirotci.

↓ 20. přednáška (29.11.1995) ↓

Věta o substituci; srovnání s jednou dimenzí; sférické souřadnice: dvě verze; sférické souřadnice v $\mathbb{R}^n$; aplikace: objem n-rozměrné koule.

4. Křivkový integrál

↓ 21.+22. přednáška (5.+6.12.1995 - přednášel doc. Kopáček) ↓

4.1. Křivky v $\mathbb{R}^n$

Křivka, jednoduchá křivka, uzavřená křivka; tečný a normálový vektor; opačná křivka.

4.2. Křivkový integrál

Křivkový integrál 1. a 2. druhu, nezávislost na parametrizaci; potenciál vektorového pole; nezávislost na cestě; nulovost integrálu přes uzavřenou křivku; souvislost s potenciálem.

↓ 23. přednáška (12.12.1995) ↓

Opakování o křivkovém integrálu; diskuse o normálovém a tečném vektoru; nastupující chřipka přednášejícího.

↓ 24. přednáška (13.12.1995) ↓

Odpadlo pro nemoc předášejícího.

Další látka vlastně už patři do letního semestru:

↓ 25.+26. přednáška (19.+20.12.1995) ↓

5. Plošný integrál

5.1. Zadání plochy

Jednoduchá k-plocha; zobecněná k-plocha; parametrické zadání 2-plochy v $\mathbb{R}^3$; normálový vektor k ploše; orientovaná plocha; plošný integrál 1. druhu; nezávislost na parametrizaci; povrch toru. *Veselé vánoce.*

P.F. 1996, M. Rokyta