

Úloha 1. V závislosti na parametru $p \in \mathbb{R}$ řešte soustavu rovnic

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= p \\ px + 4y &= 2p \end{aligned}$$

Řešení. Pro $p \neq 6$ je řešení $\{(0, \frac{p}{2})\}$, pro $p = 6$ je to $\{(2 - \frac{2}{3}t, t) | t \in \mathbb{R}\}$.

Úloha 2. Vytvořte soustavu nerovnic popisující vnitřek trojúhelníka definovaného body $[-5; 2]$, $[1; 5]$, $[2; -5]$.

Řešení. Například

$$\begin{aligned} 10x + y &\leq 15 \\ -x + 2y &\leq 9 \\ x + y &\geq -3 \end{aligned}$$

Úloha 3. V závislosti na hodnotě $p \in \mathbb{R}$ najděte řešení rovnice

$$p^2(x - 1) = px - 1$$

Řešení.

$p \in$	$x \in$
$\mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$	$\{\frac{p+1}{p}\}$
$\{0\}$	\emptyset
$\{1\}$	\mathbb{R}

Úloha 4. V závislosti na hodnotě $p \in \mathbb{R}$ najděte řešení nerovnice

$$px^2 - 2x + 2 > 0$$

Řešení.

$p \in$	$x \in$
$(-\infty, 0)$	$\mathbb{R} \setminus \left(\frac{1-\sqrt{1-2p}}{p}, \frac{1+\sqrt{1-2p}}{p}\right)$
$\{0\}$	$(-\infty, 1)$
$(0, \frac{1}{2})$	$\left(\frac{1-\sqrt{1-2p}}{p}, \frac{1+\sqrt{1-2p}}{p}\right)$
$\{\frac{1}{2}\}$	$\mathbb{R} \setminus 2$
$(\frac{1}{2}, \infty)$	\mathbb{R}

Úloha 5. Najděte všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která

$$|4 - x| - |2x + 3| = 7$$

Řešení. \emptyset

Úloha 6. Najděte všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která

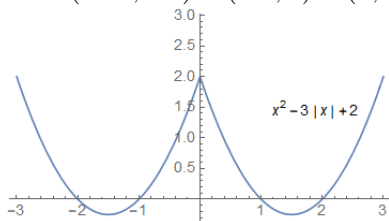
$$|||x - 1| - 1| - 1| - 1| - 1| = 1$$

Řešení. $\{-5, -3, -1, 1, 3, 5, 7\}$

Úloha 7. Řešte nerovnici

$$x^2 - 3|x| + 2 > 0$$

Řešení. $(-\infty, -2) \cup (-1, 1) \cup (2, \infty)$



Úloha 8. Najděte všechna $x \in \mathbb{R}$, pro něž

$$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) + 15 = 0$$

Řešení. $\{-6, -2, -4 - \sqrt{6}, -4 + \sqrt{6}\}$. Návod: Po substituci $y = x + 4$ přejde na $(y^2 - 9)(y^2 - 1) + 15 = 0$.

Úloha 9. Řešte rovnici

$$\sqrt{\frac{2x+1}{x-3}} + \sqrt{\frac{x-3}{2x+1}} = \frac{34}{15}$$

Řešení. $\{12, -\frac{52}{41}\}$. Návod: Substitute $y = \sqrt{\frac{2x+1}{x-3}}$.

Úloha 10. Řešte nerovnici

$$\sqrt{2+x+2\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+1} < 2$$

Řešení. $\langle -1, -\frac{3}{4} \rangle$. Návod: Substitute $y = \sqrt{x+1}$.

Úloha 11. Řešte rovnici

$$3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$$

Řešení. $\{0\frac{1}{2}\}$. Návod: úprava a následná substituce $y = (\frac{4}{9})^x$.

Úloha 12. Řešte rovnici

$$\sin x + \cos x + \sin x \cos x = 1$$

Řešení. $\{0\frac{\pi}{2}\} + 2k\mathbb{Z}$. Návod: substituce $y = \sin x + \cos x$.

Úloha 13. Necht' rovnice $x^2 + px + q = 0$ má nenulové kořeny x_1, x_2 . Najděte kvadratickou rovnici, jejíž kořeny jsou

1. $-x_1, -x_2$

2. $3x_1, 3x_2$

3. $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}$

4. $x_1 + x_2, x_1x_2$

5. $\frac{x_1}{x_2}, \frac{x_2}{x_1}$

Řešení. 1. $x^2 - px + q = 0$

2. $x^2 + 3px + 9q = 0$

3. $qx^2 + px + 1 = 0$

4. $x^2 + (p-q)x - pq = 0$

5. $qx^2 + (2q - p^2)x + q$