

Úvodní kurz z matematiky pro nastupující studenty 1. ročníku

Úlohy k přednášce „Elementární funkce“

1. Nalezňte všechny racionální kořeny rovnice

$$12x^4 + 7x^3 - 64x^2 + 63x - 18 = 0.$$

2. Určete definiční obory funkcí $\operatorname{arccotg}(\cotg x)$ a $\cotg(\operatorname{arccotg} x)$ a načrtněte jejich graf.

3. Ukažte, že pro všechna $x \in \langle -1, 1 \rangle$ platí $\operatorname{arccos} x + \operatorname{arcsin} x = \frac{\pi}{2}$.

4. Pokud víte, že platí

$$e^{x+y} = e^x \cdot e^y, \quad x, y \in \mathbb{R}, \quad (1)$$

a že funkce $\ln x$ je inverzní k funkci e^x , ukažte, že platí

$$\ln ab = \ln a + \ln b, \quad a, b \in (0, +\infty). \quad (2)$$

5. Upravte

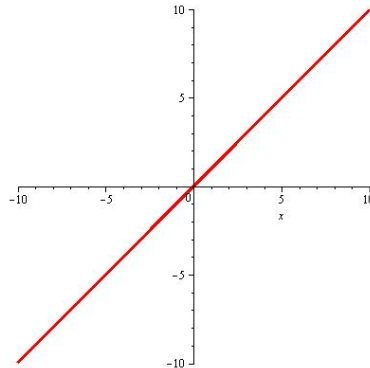
$$\frac{\log_3 243 + \log_9 81}{\log_5 25 + \log_2 64}.$$

Řešení najdete na následující straně.

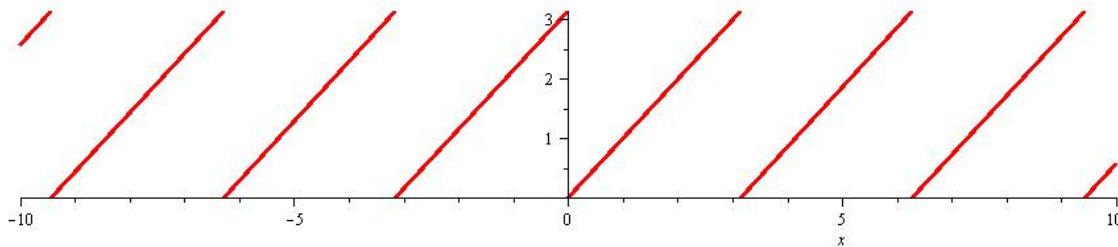
Úvodní kurz z matematiky pro nastupující studenty 1. ročníku

Řešení úloh k přednášce „Elementární funkce“

1. Čitatele případných racionálních kořenů hledáme mezi děliteli čísla 18, jmenovatele mezi děliteli čísla 12, vždy s oběma znaménky. takto lze nalézt všechny čtyři kořeny dané rovnice: $1, -3, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$.
2. Definiční obor funkce $\cotg(\operatorname{arccotg} x) = x$ je celé \mathbb{R} a graf je



zatímco funkce $\operatorname{arccotg}(\cotg x)$ je definovaná pouze tam, kde je dofinovaná funkce $\cotg x$, a její graf je



3. Použijte například součtový vzorec pro sinus na $\sin(\arccos x + \arcsin x)$ a také vztah $\sin^2 y + \cos^2 y = 1$. Nezapomeňte diskutovat definiční obory jednotlivých funkcí.
4. Rovnici (1) logaritmujte a označte $a = e^x$, $b = e^y$.
5. $\frac{7}{8}$.