

Zápočtová písemka

K úspěšnému napsání je potřeba získat 13 bodů z 20ti (65%).

1. Firma vyrábí dva výrobky (X a Y). K jejich výrobě je zapotřebí dvou zdrojů, jmenovitě výrobní čas na stroji a pak ruční práci dělníka. Tabulka níže shrnuje čas v minutách nutný k výrobě jednotlivých výrobků:

		čas na stroji	čas ruční práce
Výrobek	X	13	20
	Y	19	29

Ve firmě mají dostupné 40 hodin práce na stroji a 35 hodin ruční práce dělníka. Práce na stroji stojí 250 Kč/hod a čas ruční práce pak 50 Kč/hod. Pokud dělník nebo stroj stojí, firma nemá žádné náklady. Výrobek X se potom prodá za 500 Kč, zatímco výrobek Y za 750 Kč. Společnost má zadanou objednávku na výrobu 10 kusů výrobku X pro jednoho zákazníka. Společnost chce maximalizovat svůj zisk.

Formulujte optimalizační úlohu na základě zadání výše jako úlohu lineárního programování. Úlohu neřešte.

[3b]

2. Rozhodněte, zda je následující funkce konvexní. Svoji odpověď zdůvodněte.

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + e^{xy}, \quad x, y \in \mathbb{R}.$$

[4b]

3. Vyřešte následující optimalizační úlohu:

$$\begin{aligned} \min \quad & 6x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ & -3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{aligned}$$

[8b]

4. Napište Farkasovu větu pro existenci řešení soustavy:

$$\{3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 \leq 1, 3x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 2, 3x_2 + 2x_3 + x_4 + 4x_5 \geq 5\}$$

pro $x_1 \geq 0, x_2 \in \mathbb{R}, x_3 \leq 0, x_4 \geq 0, x_5 \in \mathbb{R}$. Úlohu vyřešte.

[5b]