

Úvod do komplexní analýzy
ZS 2022/23, MFF UK

SADA PŘÍKLADŮ 12

Aplikace residuové věty

R značí racionální funkci jedné reálné proměnné

Integrály typu $\int_{-\infty}^{\infty} x^p R(x) dx$

a) $\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x} dx}{x^3+1}$,

b) $\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x} dx}{x^2+x+1}$,

c) $\int_0^{\infty} \frac{x^a dx}{x^2+1}$, $-1 < a < 1$,

d) $\int_0^{\infty} \frac{x^a dx}{(x^2+1)^2}$, $-1 < a < 3$,

e) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^a(x+b)}$, $0 < a < 1$, $0 < b$,

f) $\int_0^{\infty} \frac{x^a dx}{(x+2b)(x+b)}$, $-1 < a < 1$, $0 < b$.

Řešení: **a)** $\frac{\pi}{3}$, **b)** $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$, **c)** $\frac{\pi}{2 \cos\left(\frac{a\pi}{2}\right)}$, **d)** $\frac{\pi(1-a)}{4 \cos\left(\frac{a\pi}{2}\right)}$, **e)** $\frac{\pi b^{-a}}{\sin(a\pi)}$, **f)** $\frac{\pi(2^a-1)b^{a-1}}{\sin(a\pi)}$.