

# Cvičení k přednášce Geometrie 1

Zadání

Cvičení 4, verze ze dne 21. října 2020

## 4 Diferenciální geometrie rovinných křivek

**Příklady:**

**Úloha 4.1.** Uvažujme orientovanou rovinnou křivku danou parametrizací  $\mathbf{c}(t) = (t, t^3)$ . V jejím bodě  $t = 1$  vypočtete znaménkovou křivost, tečný a orientovaný normálový vektor, tečnou a normálovou přímku a oskulační kružnici. V nějaké reparametrizaci zachovávající orientaci ověřte, že znaménková křivost v odpovídajícím bodě zůstává stejná.

**Úloha 4.2.** Nalezněte přímou shodnost, která pro křivku z Úlohy 4.1 zobrazí její bod  $\mathbf{c}(1)$  do počátku souřadnic a její tečný vektor v tomto bodě na vektor  $(1, 0)$ . Ověřte, že znaménková křivost zobrazené křivky v odpovídajícím bodě bude stejná.

**Úloha 4.3.** V obecném bodě vyjádřete znaménkovou křivost křivky dané parametrizací  $\mathbf{c}(t) = (t^3 - 3t, 3t^2)$ . V bodě s extrémní křivostí sestrojte oskulační kružnici.

**Úloha 4.4.** Studujte znaménkovou křivost elipsy  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ . Jaká jsou její minima a maxima?

**Úloha 4.5.** Spočtete křivost v bodě  $(1, 1)$  rovinné křivky zadané implicitně

$$x^4 - 2xy^3 + y^4 = 0.$$