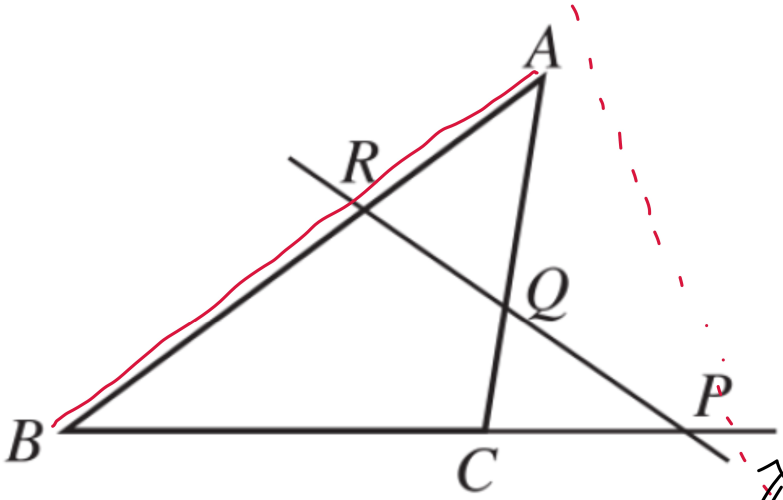
Věta 3.33 (Menelaova věta)**.** Mějme trojúhelník ABC a přímku p, která neprochází žádným z vrcholů a není rovnoběžná se žádnou se stran. Označme si $P = p \cap BC$, $Q = p \cap CA$ a $R = p \cap AB$. Pak platí

$$\overset{a_r}{\frac{AR}{RB}} \cdot \overset{a_p}{\frac{BP}{PC}} \cdot \overset{a_q}{\frac{CQ}{QA}} = -1.$$



$z = (A, B, C)$

$$\frac{AR}{RB} = a_r \iff R = \frac{1}{a_r+1} \cdot A + \frac{a_r}{a_r+1} B$$

kolinearita $\iff a_p \cdot a_p \cdot a_r = -1$

Věta 3.30

$$\begin{vmatrix} [R]_z = \left(\frac{1}{a_r+1}, \frac{a_r}{a_r+1}, 0\right) \\ [Q]_z = \left(\frac{a_q}{a_q+1}, 0, \frac{1}{a_q+1}\right) \\ [P]_z = \left(0, \frac{1}{a_p+1}, \frac{a_p}{a_p+1}\right) \end{vmatrix} = \frac{1}{a_r+1} \cdot \frac{1}{a_q+1} \cdot \frac{1}{a_p+1} \cdot \begin{vmatrix} 1 & a_r & 0 \\ a_q & 0 & 1 \\ 0 & 1 & a_p \end{vmatrix} =$$

$$= \underbrace{-\frac{1}{(a_r+1)(a_q+1)(a_p+1)}}_{\neq 0} \cdot \underbrace{(1 + a_p \cdot a_q \cdot a_r)}_{\text{musí být } 0} = 0.$$