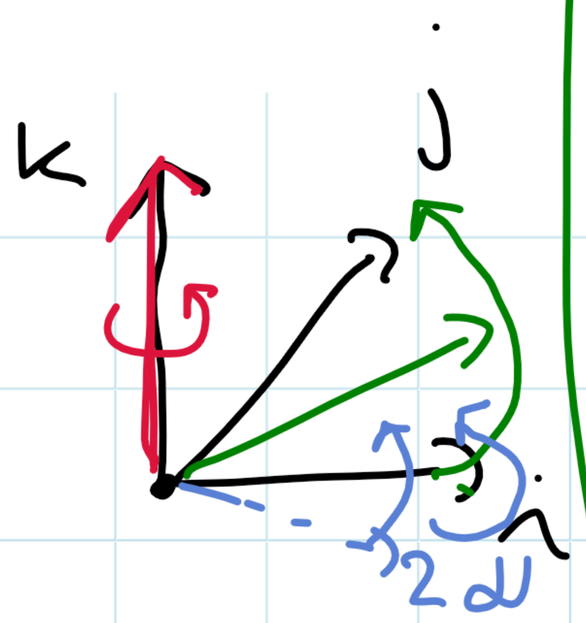
Úloha 2.7. Nalezněte všechny jednotkové kvaterniony, které odpovídají rotaci, která převádí vektor $(1, 0, 0)$ na vektor $(0, 1, 0)$.

Řešení. Takovou rotaci o realizuje s nejmenším rotačním úhlem $q_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{k}$ a s největším rotačním úhlem $q_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{j}$. Všechny ostatní takové rotace jsou dány $q = (\cos\alpha)q_1 + (\sin\alpha)q_2$.



① osa k a rotace o $\frac{\pi}{2}$, tedy

$\alpha = \frac{\pi}{4}$

$q_1 = \cos\frac{\pi}{4} + k \cdot \sin\frac{\pi}{4}$

② osa $\frac{i+j}{\sqrt{2}}$ rotace o π tedy $\alpha = \frac{\pi}{2}$

$q_2 = \underset{0}{\cos\frac{\pi}{2}} + \frac{i+j}{2} \cdot \underset{1}{\sin\frac{\pi}{2}}$

VŠECHNY ROTACE $\cos\alpha + i\sin\alpha$ MÁ i jako samodružný

tedy každá rotace se dostane jako

$$q_1 \cdot (\cos\alpha + i\sin\alpha) \underset{\text{ANO}}{\overset{??}{=}} q_1 \cdot \cos\alpha + q_2 \sin\alpha$$