Domácí úkol č. 11 k přednášce NMAG 101: Lineární algebra a geometrie 1, zimní semestr 2014–2015

Datum odevzdání 5. 1. 2015, 18:00

(11.1) Matice lineárního operátoru f na prostoru $\mathbb{Z}_5^3$ vzhledem ke kanonické bázi je A.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Naděte bázi B prostoru $\mathbb{Z}_5^3$, aby matice f vzhledem k B byla tvaru

$$[f]_B^B = \begin{pmatrix} c & 1 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$$

pro nějaké $c \in \mathbb{Z}_5$.

(11.2) Vypočítejte ρ^{2003}, kde $\rho \in S_{12}$ je permutace zadaná tabulkou

$$\rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 7 & 4 & 11 & 12 & 9 & 6 & 2 & 3 & 5 & 10 & 8 & 1 \end{pmatrix}.$$

Poznámka: Mocnina je definována

$$\pi^n = \underbrace{\pi \circ \pi \circ \cdots \circ \pi}_{n \, \times} \ ,$$

tedy např. $\pi^1 = \pi$, $\pi^2 = \pi \circ \pi$, atd.

Bonusový problém:

Existuje zobrazení $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, které pro libovolné $x, y \in \mathbb{R}$ splňuje $f(x+y) = f(x) + f(y)$, jiné než zobrazení tvaru $f(x) = kx$ (pro $k \in \mathbb{R}$)? Existuje takové spojité zobrazení?